

**DISEÑO E IMPLEMENTACION DE UN MODELO PARA APOYO DE LOS
PLANES DE ORDENAMIENTO TERRITORIAL EN COLOMBIA**

KATHERINE HERNÁNDEZ AMELL

**UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRIA EN INGENIERIA INDUSTRIAL
BARRANQUILLA
2006**

**DISEÑO E IMPLEMENTACION DE UN MODELO PARA APOYO DE LOS
PLANES DE ORDENAMIENTO TERRITORIAL EN COLOMBIA**

KATHERINE HERNÁNDEZ AMELL

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título
de Master en Ingeniera Industrial**

**Director: JESUS MARIA VELAZQUEZ
Doctor en Ingeniera**

**Codirector: CARLOS DANIEL PATERNINA
Ph.D.**

**UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRIA EN INGENIERIA INDUSTRIAL
BARRANQUILLA
2006**

Aprobado por el profesorado de la
División de Ingeniería en
cumplimiento de los requisitos
exigidos para otorgar el título de
Master en Ingeniería Industrial

JURADO 1

JURADO 2

Barranquilla, enero de 2006

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios, quien ayudo a escribir cada una de las letras plasmadas en este documento y es él que seguirá ayudando a escribir las letras de mi vida.

Gracias a mi familia que fue mi apoyo incondicional para terminar este proceso y fueron ellos los que ayudaron a plantar este árbol con las ramas tan altas

Gracias a DW, a su gente y en especial a JMVB. Fue allí donde nací, crecí, morí y volví a vivir. Gracias a ellos, esto es lo que es.

Gracias a JACZ porque soportaste mis caídas y me ayudaste a levantar con amor.

Gracias a DAH por sacrificar tu tiempo y resolver mis inquietudes sin importar la hora.

Gracias a CDPA por ayudarme siempre.

Gracias a mis amigos porque por momentos me ayudaban a salir de mi trabajo para recordarme como sonreír y divertirme.

Este trabajo es el resultado del esfuerzo de muchos que materializo alguien

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO	iii
LISTA DE ILUSTRACIONES	vi
LISTA DE TABLAS	vii
INTRODUCCION	viii
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	1
1.1 ANTECEDENTES	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
3.1.1. FUNDAMENTOS	14
3.1.2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	24
3.3. MODELOS DE OFERTA	29
3.4. MODELOS DE DEMANDA	32
3.5. EQUILIBRIO COOPERATIVO	34
3.6. MICROECONOMÍA ESPACIAL	37
3.8. LEY 388 DE 1997	39
3.9 .SISTEMA INTEGRADO PARA EL REPARTO DE CARGAS Y DE BENEFICIOS	44
4. MARCO DE REFERENCIA	47

4.1. UBICACIÓN ESPACIAL	47
4.2. MODELAMIENTO DEMOGRÁFICO	49
4.3. SISTEMA ECONÓMICO	50
4.5. USO DEL SUELO	52
4.6. SISTEMAS DE MOVILIDAD MULTIMODAL	54
4.6.1. MODOS DE TRANSPORTE	55
4.6.2. DEMANDA DE SERVICIOS DE TRANSPORTE	56
4.6.3. SISTEMAS DE TRÁFICO	57
4.7. PROYECTOS DE INVERSIÓN	58
5. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA ASIGNACIÓN DEL USO DEL SUELO Y SISTEMA DE TRANSPORTE	62
5.1. ÍNDICES	62
5.2. CONJUNTOS	63
5.3. PARÁMETROS	66
5.4. VARIABLES	69
5.5. RESTRICCIONES	72
5.5.1. USO DEL SUELO	73

5.5.2. DINÁMICA DE ESPACIO PÚBLICO	76
5.5.3. MODELO DE POBLACIÓN	80
5.5.4. MODELO DE VIVIENDA	84
5.5.5. MODELO PARA SECTORES ECONOMICOS	88
5.5.6. MODELO PARA EQUIPAMIENTOS	96
5.5.7. MODELO DE EMPLEO	102
5.5.8. MOVILIDAD	103
5.6 FUNCIÓN OBJETIVO	121
6. CASO DE ESTUDIO	123
6.1 HERRAMIENTA	123
6.2. DATOS UTILIZADOS	124
6.3. ANALISIS DEL MODELO	130
6.4. DISCUSION DE RESULTADOS	131
7. CONCLUSIONES	135
8. BIBLIOGRAFIA	138

LISTA DE ILUSTRACIONES

TABLA1. TIPOLOGÍA DE LOS MERCADOS NO COMPETITIVO	20
TABLA 2. DATOS DE NIVEL DE INGRESOS	125
TABLA 3. CLASIFICACIÓN CATEGORÍA DE EMPLEO	126
TABLA 4. CLASIFICACIÓN CATEGORÍA DE EMPLEO Y NIVEL DE INGRESOS	126
TABLA 5. CLASIFICACIÓN SECTORES ECONÓMICOS	127
TABLA 6. CATEGORÍA DE EMPLEO X SECTOR ECONÓMICO	127
TABLA 7. CLASIFICACIÓN TIPO DE VIVIENDAS	128
TABLA 8. TIPO DE VIVIENDAS X NIVEL DE INGRESOS	128
TABLA 9. CLASIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE SERVICIO	128
TABLA 10. NIVELES DE SERVICIO X CATEGORÍA DE EMPLEO	129
TABLA 11. CLASIFICACIÓN DE LOS MODOS DE TRANSPORTE	129
TABLA 12. CLASIFICACIÓN DE LOS TIPOS DE INTERSECCIÓN	130
TABLA 13. ASIGNACIÓN DE ESPACIO PÚBLICO LOCAL	131
TABLA 14. ASIGNACIÓN DE ESPACIO PÚBLICO GLOBAL	133

LISTA DE TABLAS

TABLA1. TIPOLOGÍA DE LOS MERCADOS NO COMPETITIVO	20
TABLA 2. DATOS DE NIVEL DE INGRESOS	125
TABLA 3. CLASIFICACIÓN CATEGORÍA DE EMPLEO	126
TABLA 4. CLASIFICACIÓN CATEGORÍA DE EMPLEO Y NIVEL DE INGRESOS	126
TABLA 5. CLASIFICACIÓN SECTORES ECONÓMICOS	127
TABLA 6. CATEGORÍA DE EMPLEO X SECTOR ECONÓMICO	127
TABLA 7. CLASIFICACIÓN TIPO DE VIVIENDAS	128
TABLA 8. TIPO DE VIVIENDAS X NIVEL DE INGRESOS	128
TABLA 9. CLASIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE SERVICIO	128
TABLA 10. NIVELES DE SERVICIO X CATEGORÍA DE EMPLEO	129
TABLA 11. CLASIFICACIÓN DE LOS MODOS DE TRANSPORTE	129
TABLA 12. CLASIFICACIÓN DE LOS TIPOS DE INTERSECCIÓN	130
TABLA 13. ASIGNACIÓN DE ESPACIO PUBLICO LOCAL	131
TABLA 14. ASIGNACIÓN DE ESPACIO PUBLICO GLOBAL	133

INTRODUCCION

El Plan de Ordenamiento Territorial (POT) es la más importante oportunidad que han tenido los municipios, sus administraciones y sus ciudadanos, para renovar y replantear la planificación de sus territorios, como una carta de navegación que señala las acciones para el mejoramiento de la calidad de vida urbana y rural y el rumbo de la destinación de recursos para tal fin. El objetivo central del POT es el de organizar, armonizar y administrar la ocupación y el uso del espacio, de modo que éstos contribuyan al desarrollo sostenible, y socialmente justo de una ciudad o región. El POT puede ser estudiado como un problema de planificación urbana.

Entre las metodologías desarrolladas para los problemas de planificación urbana se encuentran la programación matemática. Ésta se constituye en una herramienta que permiten representar los diferentes sistemas de una ciudad (vivienda, equipamientos, sectores económicos y transporte) y la interacción existente entre ellos. Los modelos matemáticos desarrollados para apoyar la toma de decisiones en el POT permiten adaptarse y evaluar los adelantos, que en el tema de regulaciones, han sido llevados a cabo en los POTs anteriores y de igual forma permitirían realizar evaluaciones sobre las nuevas disposiciones que el gobierno podría llegar a plantear. Además conlleva a una mayor comprensión de la problemática y sus variables.

Éste trabajo desarrolló un modelo prototipo para la formulación y revisión del POT y fue utilizado para la ciudad de Medellín. Ésta integrado por 7 modelos: población, vivienda, sectores económicos, empleo, equipamiento, espacio público y movilidad.

El modelo de población se formula en torno a la demanda de empleos y que integra realidades de cualquier ciudad, como el desplazamiento de población hacia las urbes; que en Colombia y para el modelo representa el fenómeno de desplazamiento forzado. Los

modelos desarrollados conciben la ciudad no como un núcleo único y cerrado, sino que integran la interacción que puede existir con las áreas metropolitanas. Realidad común en el mundo, donde las personas se desplazan de sus sitios de residencia a otras ciudades en búsqueda de trabajo y servicios.

La población existente demanda diferentes tipos de vivienda de acuerdo al nivel de ingreso al cual pertenece. Las características de las viviendas y demás edificaciones dentro de una UBT son determinadas por la administración municipal quien entra a legislar regulaciones como: número de pisos, densidades de construcción, cesiones, índices de ocupación. Es por medio de estas normas que puede entrar a incentivar o no usos característicos para las UBTS. Esta situación se representa por medio del modelo de vivienda.

La dinámica de una ciudad además se encuentra determinada por su economía y en gran medida la riqueza de ésta depende del crecimiento de los sectores económicos existentes. Los sectores económicos demandan de la ciudad para su desarrollo y funcionamiento, área para la ubicación de su infraestructura, mano de obra para cumplir sus necesidades de empleados, además de toda una dinámica para la demanda y oferta de sus bienes y servicios. Para simbolizar lo anterior, se formuló un modelo de empleo y un modelo de sectores económicos.

La planificación debe tener en cuenta la ubicación de equipamientos. Los entes de planeación por medio del POT, deben buscar las vías para garantizar la existencia de centros de educación suficientes para atender la demanda. La distribución de estos en la ciudad, debe ser determinada teniendo en cuenta el cumplimiento de otras leyes, como las restricciones existentes de distancia máxima que los estudiantes deben recorrer para acceder a los centros de educación disponibles. Además, los entes de planeación deben velar por la existencia de servicios de salud en todo su territorio proveyendo por la igualdad de condiciones para la población; esta problemática se estudió por medio del

modelo de equipamiento. Otro aspecto importante que define la calidad de vida de la población radica en la existencia de sitios de ocio y recreación al aire libre, por fuera de los existentes dentro de la vivienda de los individuos, es decir, los parques públicos y plazoletas. En pro de ello fue necesario representar la dinámica del espacio público y su asignación teniendo en cuenta las restricciones relacionadas con el mínimo de espacio público por persona, (modelo de dinámica de espacio público).

Y finalmente entendiendo que, la dinámica de la ciudad y de todas las entidades dentro de ésta se da a través del flujo de personas en la malla vial, es necesario garantizar la existencia de un sistema de tráfico que permita cumplir con la demanda de la población que necesita desplazarse ya sea por razones de empleo, búsqueda de servicios de los equipamientos y/o de los sectores económicos. En pro de esto se desarrollo un modelo de movilidad.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES

La planificación urbana envuelve aspectos tales como: la economía, la estructura social y política, el sistema de transporte y otros sistemas de infraestructura de una urbe. La planificación urbana se constituye en un elemento vital para las grandes ciudades, donde existen variados agentes con múltiples intereses encontrados, que hacen difícil la toma de decisiones que debe realizar el gobierno ante diferentes temas, como el uso del suelo y las políticas para el desarrollo de sistemas de transporte.

La teoría y los modelos matemáticos han sido de amplio uso para tratar de representar el complejo comportamiento de la estructura urbana y de los sistemas de transporte, y así mejorar la comprensión de algunos aspectos. Al mismo tiempo sirven de apoyo para la toma de decisiones gubernamentales acerca de políticas específicas en pro de un escenario de desarrollo meta.

Los inicios de la modelación urbana se remontan a 1960, cuando se desarrolló un modelo matemático para la región de San Francisco (Southworth, 1995). Este se originó por la necesidad de crear herramientas que permitieran la evaluación de alternativas políticas, predecir y planificar el futuro, y para hacer frente a la problemática originada por el crecimiento de la ciudad, que ocasionó un aumento de la demanda de tierras para vivienda y otros usos, y de los sistemas de transporte.

Los primeros modelos utilizados se pueden dividir en: Interacción Espacial (*Spatial Interaction*), Insumo-Producto espacial (*Spatial Input-Output*), el enfoque de Selección Discreta (*Discrete Choice*), Microsimulación (*Microsimulation*) y Programación lineal.

Los modelos del tipo Interacción Espacial tratan de describir la interacción del sistema urbano. Son utilizados para predecir la ubicación de las viviendas y fuentes de empleo alrededor del espacio urbano. Putman (1983), basado en conceptos físicos como la atracción gravitacional, desarrolló una modelación del sistema de transporte en las urbes, en la cual frecuencia de viajes entre dos zonas es proporcional al nivel de actividad del origen y del destino y disminuye con el cuadrado de la impedancia de viajes entre ellos.

Los modelos de Insumo-Producto espacial, se constituyen en una extensión del modelo Insumo-Producto que se desarrolló para representar la estructura de la economía americana (Leontief, 1966). La extensión corresponde a la modelación de la actividad económica dentro de las regiones y al movimiento de bienes y personas entre las mismas (De la Barra, 1989; Marcial Echenique & Partner Ltd, 1995). Bajo este enfoque, las regiones se tratan como economías autónomas en las que se genera diferentes niveles de producción, consumo, importación y exportación de bienes y servicios con las otras regiones.

Los modelos de programación lineal no es el enfoque más frecuente para dar solución de este tipo de problemas. Sin embargo, existen experiencias exitosas en el uso de estas metodologías para la planificación urbana; incluso, el enfoque Insumo-Producto espacial puede ser considerado como un enfoque de programación lineal. Un ejemplo es el caso de la región de San Francisco en los Estados Unidos, para la cual en la década de 1970 se desarrolló un sistema de modelación denominado PLUM, que consistía en dos grandes modelos que operaban en secuencia. Un modelo base de empleo, BEMOD por sus siglas en inglés (*Base Employment Model*), diseñado para estudiar el comportamiento del empleo; y el Modelo de proyección del uso de la tierra, PLUM, (*Projective Land Use Model*), encargado de representar las características de localización para la población, vivienda, servicios locales y fuentes de empleo. Posteriormente, dado que la ciudad fue evolucionando y las condiciones cambiaron, se desarrolló el modelo POLIS (1980), (*Projective Optimization Land use Information System*), sistema de información y optimización de proyecciones del uso del suelo (Prastaco, 1980). El proceso de localización

de la población y de las fuentes del empleo desarrollado en POLIS, se basa en muchos criterios, algunos reflejan el comportamiento de las personas en estudio, otros describen las restricciones físicas y de planeación impuestas en el escenario del crecimiento urbano. Uno de los avances y principales características del modelo propuesto por POLIS es el planteamiento de la función objetivo utilizando "*Random Utility Theory*" (RUT), ya que permite determinar la selección por parte de la población de un sitio teniendo en cuenta la probabilidad de escogencia de este de acuerdo a sus características. Entre los modelos de programación lineal también se encuentra el modelo TOPAZ (Dickey ad Leiner, 1983), desarrollado en Australia. Este optimiza una función global, tal como el excedente del consumidor o la utilidad total del sistema. El enfoque utilizado por el modelo TOPAZ y POLIS es apropiado para explorar alternativas en el uso de la tierra (por ejemplo: políticas gubernamentales o comportamientos sociales) y las condiciones bajo las cuales se da un uso óptimo de los recursos del sistema.

La microsimulación fue desarrollada entre 1960 y 1970. Esta metodología fue utilizada inicialmente para estudiar los efectos de las políticas económicas y sociales, pero solo recientemente fue utilizada para la formulación de modelos urbanos. La microsimulación es una metodología basada en la generación de números aleatorios a partir de distribuciones de probabilidad identificadas previamente; busca reproducir el comportamiento de los atributos de interés de los viajeros con el fin de construir una representación de los viajes o de los patrones de actividad en múltiples viajes. Es así, una metodología que se aplica a nivel del individuo, de forma tal que se construye el comportamiento del sistema como la suma del comportamiento de todos los individuos, además permite tener en cuenta varios factores o dimensiones de estos así como sus procesos de decisión. Otra de las características importantes de la microsimulación es que no solo permite llevar un registro o control de las simulaciones individuales sobre el tiempo sino también un control detallado de los cambios en el uso de las divisiones del suelo. Entre las aplicaciones para modelos urbanos se tienen, el modelo MASTER, (*Micro-Analytical Simulation of Transport, Employment and Residence*), modelo de usos de la tierra - transporte (Mackett, 1992), DORTMUND (Wegener, 1985) y UrbanSim (Waddell, 2002).

En 1980 MacFadden desarrolla el enfoque de Selección Discreta para describir en los sistemas económicos las decisiones de los agentes del mercado. Esta técnica intenta predecir la decisión del individuo ante la escogencia de un grupo de alternativas. La selección discreta fue utilizada para representar la demanda de viajes, especialmente el análisis de la forma de escogencia del modo de transporte. Estos modelos son genéricos en el sentido que no imponen restricciones en los supuestos en el proceso de escogencia, siendo capaces de representar grandes y complejos sistemas decisores (Ben-Akiva y Lerman, 1985).

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las experiencias y los conceptos sobre ordenamiento territorial (OT) en el mundo permiten concluir que se trata de una política de Estado y de un proceso de planificación de naturaleza técnica y administrativa, cuyo objetivo central es el de organizar, armonizar y administrar la ocupación y el uso del espacio, de modo que esto contribuyan al desarrollo sostenible, y socialmente justo de una ciudad o región. Lo anterior pone en evidencia que en el ordenamiento territorial convergen las políticas: ambientales, de desarrollo regional, espaciales o territoriales y de desarrollo social y cultural, cuya naturaleza es determinada por el modelo de desarrollo económico dominante en cada país

Con las políticas de ordenamiento, algunos países latinoamericanos como Venezuela, Bolivia, Honduras, El Salvador y Nicaragua buscan corregir los problemas de uso y ocupación inadecuada y desequilibrada del espacio y el uso irracional de los recursos naturales. Tales problemas, en conjunto con la creciente conciencia de la irracionalidad de los modelos económicos desarrollistas y la búsqueda de alternativas de desarrollo sostenible, han estimulado la adopción del OT como estrategia de los Estados. Esto con el fin de armonizar las actividades humanas con el aprovechamiento de los recursos naturales y con la distribución social y regional equilibrada de los beneficios de tales actividades. Se trata de intervenir, de manera voluntaria, el orden territorial que puede resultar injusto y desordenado, creado de manera espontánea por las fuerzas económicas;

para inducir la construcción de escenarios deseados desde el punto de vista económico, ambiental, social y espacial.

El OT se expresa mediante planes, los cuales constituyen su principal instrumento. Estos planes deben ser flexibles, de modo que puedan reformularse en función de las nuevas situaciones que se presenten y de las fallas que sea necesario corregir. Los planes deben tener continuidad en el tiempo, de modo que independiente de los cambios de gobiernos, puedan ejecutarse en el horizonte de tiempo para el cual fueron propuestos. Para formular un plan es necesario evaluar las condiciones sociales, económicas, ambientales y culturales, vistas de manera integral, como formas y estructuras territoriales espaciales cambiantes en el tiempo y en el espacio. Estas estructuras surgen de la interrelación entre la población con sus estructuras culturales y de poder, las actividades sociales, económicas, administrativas y los recursos naturales. Los planes de ordenamiento territorial enfrentan diversos problemas para su formulación: interés público vs. interés privado, interés conservacionista vs. interés desarrollista, objetivos sectoriales de desarrollo vs. objetivos regionales/territoriales y presiones de poder frente a la toma de decisiones de entes gubernamentales. Para enfrentar tales problemas y realizar exitosamente los planes, es indispensable disponer de medios instrumentales que permitan a los organismos de planeación realizar adecuadamente su gestión.

El carácter planificador hace del ordenamiento territorial un proceso sujeto a los procedimientos de la planeación en la cual las metas, objetivos, políticas, proyectos y acciones se formulan y realizan a partir del conocimiento e interpretación de la realidad y sus tendencias de cambio, considerando los objetivos de desarrollo del Estado y las expectativas sociales.

Además de todas las consideraciones anteriores el OT debe garantizar la sostenibilidad. El concepto de sostenibilidad es un concepto dinámico y altamente complejo que ha cambiado con la historia atendiendo los problemas causados sobre el entorno a lo largo

del desarrollo de la humanidad y ha influenciado directamente la forma de entender y de abordar el problema de planificación en todas las áreas del conocimiento.

La noción del compromiso que cada generación tiene con sus sucesores está en el corazón del concepto de desarrollo sostenible, el cual fue plasmado por la Comisión de Desarrollo y mejoramiento del medio ambiente de la ONU (*World Commission on Environment and Development*) (Brundtland Comisión, WCED 1987) en su informe "Nuestro Futuro Común", (Our Common Future) en el que define desarrollo sostenible como "*el desarrollo que satisface las necesidades de la presente generación sin comprometer las posibilidades de las futuras generaciones para satisfacer sus propias necesidades*".

Con el objetivo de clarificar técnicamente el concepto de sostenibilidad, se han dado otras definiciones; por ejemplo, Daly (1991) define el desarrollo sostenible como uno que satisface tres condiciones básicas:

- la tasa de uso de recursos renovables no excede la tasa de regeneración del recurso;
- la tasa de uso de recursos no-renovables no excede la tasa de desarrollo de recursos renovables sustitutos; y
- la tasa de contaminación del medioambiente no excede la tasa de asimilación de dicha contaminación.

En ese orden de ideas, la planificación de una localidad, entiéndase ciudad, área metropolitana o área conurbada, representa uno de los problemas más interesantes desde el punto de vista de la "sostenibilidad" puesto que las localidades no sólo demandan la mayor parte de los recursos de una región, sino que también concentran gran cantidad de personas cuyas necesidades deben ser equilibradas con el uso que hacen de los recursos.

Al respecto se puede iniciar la discusión presentando los conceptos de "estrategias de uso del suelo" y "ordenamiento del uso del suelo" como dos temas diferentes pero íntimamente relacionados.

Las estrategias de uso del suelo apuntan a mejorar aspectos del entorno urbano, lo cual se espera como resultado de la implementación de las políticas de ordenamiento. Por ejemplo, una estrategia de densificación en una zona en particular puede ser alcanzada mediante una regulación de ordenamiento que fije mínimas restricciones de ocupación. Lo anterior es importante porque la estrategia de uso del suelo se constituye en un dato de entrada del sistema en análisis, en este caso de un modelo de planificación. Por otro lado, el ordenamiento expresado en regulaciones o en restricciones será el objeto de evaluación en cuanto es necesario estimar el impacto de la distribución espacial del desarrollo. Este esquema es el supuesto principal de un modelo de planificación de uso del suelo.

También es necesario aproximarse a la predicción de las tendencias, especialmente en cuanto a las dinámicas demográficas y económicas, entre ellas empleo, actividad e ingreso, las cuales son factores decisivos en la configuración de un sistema social como una ciudad. Además es necesario realizar un estudio de la demanda del sistema de tráfico ante el entorno de la ciudad, para garantizar la capacidad necesaria para su funcionamiento y desarrollo.

En el funcionamiento de una ciudad se presenta una interacción entre varios sistemas, que reflejan los distintos intereses, necesidades y actividades de sus habitantes. La forma en que éstos interactúan, la normatividad, los criterios y los procedimientos que se utilizan para administrarlos, así como los recursos que se le asignan a cada uno, definen una particular forma y funcionamiento, con resultados y costos determinados.

Algunos de los sistemas que operan en la ciudad son: educación, salud, sistemas de producción, transporte y uso del suelo. En cada uno de ellos, existen actores que viven y realizan sus actividades en lugares específicos. La localización de dichos espacios está definida por una serie de requerimientos individuales y colectivos y por condiciones del entorno, de manera que la satisfacción de dichos requerimientos produce beneficios a las personas; sin embargo, también implica costos. Dado que los recursos son pocos se hace

necesario realizar asignaciones lógicas de tal forma que se logre la satisfacción de los interesados.

La interacción de los sistemas dentro de una ciudad y el hecho de que la oferta no necesariamente está donde se encuentra la demanda implica un flujo diario de la población, ya sea en forma autónoma o a través de los servicios que entrega el mismo sistema, pero permite que exista capacidad ociosa en un sector y déficit en otro.

La definición de la distribución óptima del espacio con el correspondiente desarrollo de obras de infraestructura social implica la consideración simultánea de múltiples factores: geográficos, demográficos, económicos, culturales, ambientales, legales y políticos. Dichos factores pueden considerarse a la vez en modelos de optimización orientados a maximizar una determinada medida de rendimiento (función de utilidad social). La competencia entre los factores de referencia, conlleva la necesidad de utilizar tecnologías orientadas a la optimización multicriterio (Multicriteria Decision Making, MCDM) de forma tal de obtener las "mejores" decisiones socialmente sostenibles.

Como se ha mencionado son muchas las líneas de planificación en una ciudad de lo cual se derivan diferentes tipos de modelación según el problema. Básicamente, el entorno de la ciudad se trata de representar en todos los problemas fijando diferentes aspectos y liberando otros los cuales serán el objeto de las evaluaciones.

Las metodologías matemáticas para la planificación del ordenamiento territorial (POT), han sido utilizadas con anterioridad en varias ciudades del mundo, los enfoques de desarrollo varían de acuerdo a las características particulares de cada ciudad, los objetivos que se buscan y las herramientas existentes para su solución en el momento de elaboración.

Los modelos matemáticos como herramienta para la planificación territorial, presentados en los antecedentes, ofrecen una amplia gama de posibilidades para tratar la problemática

planteada en el POT. Por medio de estos modelos, es posible representar la complejidad de cada uno de los sistemas de una ciudad (educación, salud, sistemas de producción, transporte y uso del suelo), y estudiar la interacción entre ellos, labor que puede resultar infructuosa si no se poseen las herramientas necesarias. Los modelos además se acercan al comportamiento del individuo al estudiar los procesos de selección del modo de transporte y las características de los viajes que puede realizar, entre otros aspectos. Los modelos desarrollados pueden representar características particulares de una ciudad apoyando de manera directa la toma de decisiones gubernamentales en torno al POT, estableciendo muchas regulaciones de forma integral; de tal manera que a partir de las decisiones individuales de los sistemas se puede llegar a un escenario buscado por el gobierno, por medio de la determinación de pasos en el camino.

La modelación matemática puede ser combinada con los sistemas de información geográfica, SIG. Así, los modelos permiten capturar a través del uso de SIG, información espacial y registrar los patrones de uso del suelo, sus características sociales, económicas, demográficas y muchas más, en diferentes momentos del tiempo y modelar esas características para observar sus dinámicas de cambio y evaluar con algún grado de aproximación las consecuencias de fenómenos externos reconocibles sobre los patrones de la dinámica territorial. Es así, como los modelos se constituyen en una herramienta importante para la formulación de los POT al representar a una ciudad y sus problemáticas y brindar soluciones de acuerdo con las necesidades, retos y herramientas actuales.

2. JUSTIFICACIÓN

Las exigencias con respecto a OT de las administraciones gubernamentales van en aumento, no solo por la dinámica cada día más compleja de las ciudades, sino porque es muy probable la transición de un modelo de desarrollo a otro, marcado por el fenómeno de globalización. Todo esto implica una reestructuración rural y urbana, una nueva distribución del trabajo y una relocalización inminente de la población; estas actividades deben ser llevadas a cabo de una manera racional, alejada de la subjetividad y de las presiones que se pueden dar en un gobierno, sí se quiere tomar decisiones acertadas para el beneficio de toda la sociedad.

Mirando la perspectiva actual de los gremios económicos, y de las administraciones municipales se llega a la conclusión de que no existe aún, una estrategia de territorialización de la apertura económica, es decir, pensada desde las regiones, garantizando las condiciones para el crecimiento industrial, teniendo en cuenta los objetivos de desarrollo de una ciudad y de sus gremios. Además la ocupación del territorio no puede dejarse a las fuerzas del mercado. El estado debe intervenir mediante la regulación y el control de las acciones con propósitos definidos, y la promoción de la participación de la sociedad civil. Por lo tanto, se constituyen en tareas urgentes para los gobiernos locales:

- apoyar las acciones encaminadas a la definición de una política integral que permita orientar la ocupación del territorio para satisfacer los requisitos de la globalización;
- analizar y evaluar la dinámica territorial para la consolidación de los "clusters" industriales y sus relaciones con los demás componentes de la cadena productiva;
- determinar la localización de la creciente población rural y urbana en los próximos

veinte años, y prever el manejo de los ecosistemas que prestan servicios ambientales a los principales núcleos de la población.

Esto significa tener una política adecuada de localización, que permita resolver los conflictos actuales de ocupación del territorio y prever la situación futura. En el caso colombiano, la mayor parte de la población está concentrada en las ciudades, lo cual implica un incremento en las demandas sobre las tierras que lo rodean, los servicios sociales, sistemas de transporte , etc.

La ocupación del territorio en cualquier circunstancia, es el resultado de una serie de políticas macro económicas y sectoriales, relacionadas con un modelo de desarrollo económico. El OT debe verse como un instrumento facilitador del desarrollo económico, que vela por el de interés social, la conservación del medio ambiente y los recursos naturales. Hay cuatro áreas estratégicas con las cuales se relaciona el OT las cuales se han tratado en muchos casos de manera independiente, no sólo en Colombia, sino en otras partes del mundo, por lo cual se hace énfasis en la necesidad de una perspectiva integral sobre los siguientes temas: El desarrollo económico, la gestión ambiental, la gestión cultural y los aspectos político administrativos.

Pero es claro que como país, que se puede denominar pobre, frente a la gran cantidad de necesidades que tiene la población, se debe escoger la mejor estrategia que permita garantizar las condiciones mínimas de calidad de vida de los ciudadanos haciendo el mejor uso de los recursos. Esto se puede lograr mediante una localización de la infraestructura de los diferentes servicios que facilite el acceso y responda a la demanda de la población sin incurrir en costos altos.

Las ideas anteriormente expuestas permiten ver la importancia de la realización de un POT con las herramientas adecuadas, de tal manera que se logren tomar decisiones óptimas, no solo para garantizar un desarrollo económico sino para mejorar el nivel de calidad de vida de la población. Los comentarios anteriores muestran que la tarea es compleja, con muchos factores interrelacionados. Esta perspectiva permite percibir que el estudio de manera integral de todos estos puntos es una tarea casi imposible sino se tienen herramientas que me permitan representar de manera simplificada todo el conjunto de relaciones y aspectos determinantes. Para esto, hoy en día, la IO permite desarrollar modelos matemáticos para apoyar la toma de decisiones de los procesos de planificación territorial, como una metodología clara e integradora,

En este trabajo se desarrolla un modelo prototipo para el POT que es la integración de varios modelos, que permite la distribución sobre el territorio de las actividades productivas y la población, atendiendo a las dinámicas de población del territorio sugeridas por escenarios macroeconómicos pero orientada esa ocupación según los lineamientos de los POTs y bajo criterios de ocupación óptimos frente a costos, movilidad y beneficio social

A pesar de que en la toma de decisiones en el tema de OT es política la importancia de la utilización de herramientas como el modelo planteado radica en que brinda un marco racional de análisis, lo que conllevaría a un diálogo entre el establecimiento político y las evaluaciones técnicas así los políticos y los especialistas pueden converger para tomar mejores decisiones para una sociedad mejor.

3. MARCO CONCEPTUAL

En las últimas décadas la denominada economía espacial, algunas veces llamada economía urbana ("urban economics"), ha tenido grandes avances teóricos en los que se tratan de fundamentar cada vez más las estrechas relaciones que se derivan del desarrollo de infraestructura social, principalmente las redes de transporte, y las actividades económicas que se realizan en una región estrechamente interconectada por un sistema integrado de vías y modos de transporte. El objetivo fundamental es mejorar la comprensión de los sistemas urbanos y regionales. La literatura sobre el tema es extensa de tal manera que aquí se mencionan sólo los hitos más importantes.

El siguiente diagrama presenta los pilares que soportan economía urbana moderna.

ILUSTRACIÓN 1. TEORÍA FUNDAMENTALES DE LA ECONOMÍA URBANA

TEORÍAS FUNDAMENTALES DE ECONOMÍA URBANA

EQUILIBRIO DE MERCADOS	MICROECONOMÍA ESPACIAL	GRAVEDAD Y ENTROPÍA	RELACIONES INSUMO PRODUCTO	UTILIDAD ALEATORIA
<p>COURNOT</p> <p>MARSHALL</p> <p>WALRAS</p> <p>ARROW</p> <p>DEBREU</p> <p>NASH</p> <p>STACKELBERG</p>	<p>VON THÜNEN</p> <p>WINGO</p> <p>ALONSO</p> <p>MILLS</p> <p>ANAS</p>	<p>LHANSEN</p> <p>LOWRY</p> <p>WILSON</p>	<p>LEONTIEFF</p>	<p>Mc FADDEN</p>

3.1. EQUILIBRIO ECONÓMICO

3.1.1. FUNDAMENTOS

Los fundamentos del estudio de la economía urbana deben partir de los conceptos fundamentales de la economía, y dentro de ellos es de especial interés el estudio de equilibrio de los mercados.

En su esencia el concepto de equilibrio se sustenta en la suposición que los agentes no pueden afectar los precios a los cuales se negocian los bienes y servicios en un mercado. En muchos casos, cada agente se estudia de una manera aislada, asumiendo que trata de maximizar su función de utilidad teniendo como referencia los precios que el mercado define. Sin embargo, es claro que si no todos, la mayoría de los participantes en un sistema económico, vendedores o compradores, tienen como meta la maximización de sus ganancias o la minimización de sus pérdidas, y si pueden afectar los precios para obtener este fin, lo harán. El análisis de equilibrio de un mercado trata de determinar los precios a los que se van a negociar los productos (commodities) en el mercado, y las cantidades que cada agente comprará o venderá.

Los estudios sobre el funcionamiento de los mercados datan de muchos años. Uno de los primeros trabajos es el publicado por Cournot en 1838 en su libro "*Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*", en el que construye una teoría de agentes oligopólicos que incluye el monopolio y la competencia perfecta como límites extremos. En el siglo que siguió a Cournot, que algunos intelectuales (Niehans 1990) han llamado la "Era Marginalista", los teóricos de la economía trabajaron para desarrollar teorías sólidas del equilibrio entre la oferta y la demanda, con base en modelos construidos a partir de la adopción de medidas racionales competitivas por los productores y por los consumidores.

El estudio del problema de equilibrio comienza en la Teoría del Equilibrio Parcial que estudia los mecanismos que determinan la cantidad y el precio de equilibrio en un mercado, cuyo núcleo es el análisis de las elasticidades de la oferta y de la demanda, principios que se deben al trabajo de Alfred Marshall (1842-1924). La Teoría del Equilibrio General (Walras, 1983) estudia las condiciones necesarias para que todos los mercados estén simultáneamente en equilibrio. La formulación original se debe a Léon Walras (1834-1910), quien sostiene que todos los bienes son complementarios o sustituibles por otros, en mayor o menor grado. Debido a esta interdependencia, cualquier desplazamiento del punto de equilibrio en el mercado de un bien provocará desplazamientos en los mercados de otros bienes, éstos en los de otros y así sucesivamente. Estas variaciones de precios producen a su vez un efecto retroactivo (feedback) sobre el mercado original. Finalmente, si no existe intromisión externa que lo dificulte, ese proceso (que Walras llamó *tâtonnement*) conducirá al equilibrio en todos los mercados de bienes, servicios y factores productivos.

Desde el punto de vista del comportamiento de los mercados, la Teoría Walrasiana (Katzner, 1988) es el fundamento para comenzar a comprender, y a modelar, la dinámica de la economía espacial que se desarrolla en una región fuertemente interconectada en la que interactúan múltiples mercados de bienes y servicios y de factores utilizados en la producción. Los conceptos fundamentales de Walras son:

- Los bienes y servicios que se tranzan son clasificados en categorías. Al interior de una categoría está asociada a un mercado en el que los bienes y servicios son homogéneos, se miden con una misma unidad y se tranzan con base en un solo precio;
- El mundo es un conjunto de consumidores (propietarios de vivienda) y de empresas (*households and establishments*). Las empresas se dividen en industrias basadas en producto primario asociadas a una función de producción para cada categoría. Los propietarios también se dividen en categorías, normalmente basadas en el nivel de ingresos y asociados una función de consumo para cada categoría. Se asume que propietarios y empresas son optimizadores, tratando cada uno de maximizar sus beneficios (utilidad);

- En general, para cada mercado existe un equilibrio entre oferta y demanda; sin embargo pueden existir excepciones, debido a restricciones del mercado. A largo plazo para todos los mercados existe un equilibrio en el que los precios son iguales a los costos marginales de producción de las empresas y a los beneficios marginales de los consumidores. A corto plazo es posible modelar el mercado con funciones de oferta y de demanda, establecidas exógenamente al mercado.
- Para modelar la dinámica del mercado existen dos alternativas: i) el precio se fija exógenamente a un nivel que no resuelta de la negociación (tâtonnement process) y todas las transacciones se realizan a dicho nivel, caso en el que no se requiere estudiar el proceso de equilibrio; y ii) si el "tâtonnement process" es considerado inadecuado, entonces la dinámica del mercado esta basada en la hipótesis de que las empresas y los consumidores actúan simultáneamente a través del mercado guiados por reglas de ajuste del precio que generan el comportamiento dinámico
- No hay costos de entrada el mercado
- Todos los participantes tienen acceso a la misma información.

Los estudios encaminados a determinar la posibilidad de existencia del Equilibrio General, de su unicidad o multiplicidad, y su estabilidad, han alcanzado un alto grado de sofisticación matemática, dos Premios Nóbel en Economía se destacan en ese este campo: Kenneth J. Arrow en 1972 y Gerard Debreu (1921-2004) en 1983, quienes introducen la incertidumbre (el riesgo) como uno de los elementos determinantes de los puntos de equilibrio.

Una situación de Equilibrio General goza de muchas virtudes: Se consigue simultáneamente la maximización de la utilidad de todos los consumidores y de los beneficios de todas las empresas; al estar también en equilibrio los mercados de factores de producción, las rentas percibidas por las familias igualan a los precios de los bienes y servicios; los factores y los recursos productivos se destinan a su uso más eficiente, aquél en que su rendimiento es más alto. En palabras textuales de Arrow , esto es:

“El equilibrio competitivo consiste, por tanto, en una situación caracterizada por precios no negativos de todos los bienes, un conjunto de bienes de consumo para cada economía familiar y un conjunto de bienes de producción para todas las empresas que satisfagan las condiciones siguientes:

- para cada familia, el conjunto designado maximiza la utilidad entre todos los asequibles;
- para cada empresa, el conjunto designado maximiza el beneficio entre todos los técnicamente posibles;
- para cada bien, el total consumido por todas las economías familiares no supera el total inicialmente disponible más el total neto producido por todas las empresas ("neto" significa en este caso que las utilizaciones de factores por parte de algunas empresas hay que restarlas del producto de otras);
- es nulo el precio de aquellos bienes cuyo consumo total es estrictamente menor que el total inicialmente disponible más el total producido.

Se utiliza el adjetivo "competitivo" por suponer que cada economía familiar o empresa considera los precios como dados e independientes de sus decisiones.”

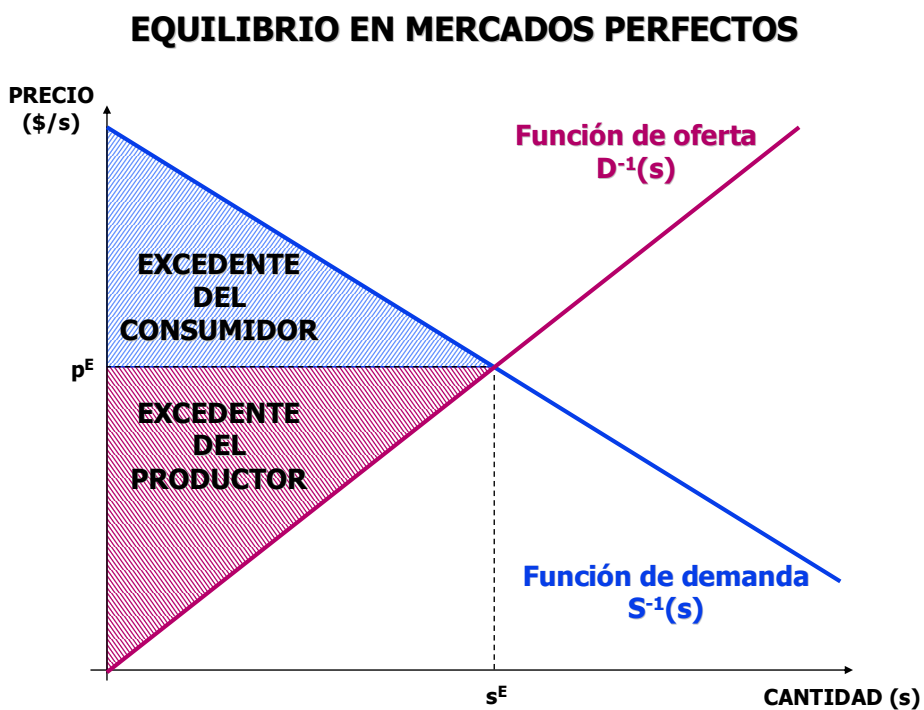
Bajo condiciones de Equilibrio General la distribución de las rentas alcanza un óptimo paretiano, que garantiza la eficiencia en su distribución sin tener en cuenta la equidad, lo que puede llegar a implicar una distribución de la riqueza muy desigual. En el mundo ideal de la competencia perfecta si un recurso es más útil para una empresa que para el propietario, la empresa que pueda obtener mayor rentabilidad adquirirá el recurso, produciéndose una redistribución con mejoramiento paretiano y por ende, el aumento de la eficiencia global del sistema.

La competencia perfecta asume que todos los agentes de la economía tienen información completa acerca de los productos disponibles, los precios del mercado y las ofertas de los productores. Mas aún, se asume que el número de agentes en la economía es lo suficientemente grande tal que el número de transacciones relacionadas con un producto

específico es muy pequeño con respecto al número total de transacciones de la economía. Adicionalmente, se asume que todos los agentes son idénticos desde el punto de vista de quien los observa, los vendedores a los ojos de los consumidores y los consumidores a los ojos de los vendedores, en otras palabras no hay diferenciación, ni preferencia, al interior de cada tipo de agente. Todos los agentes aceptan realizar transacciones solo a los precios del mercado.

La teoría de equilibrio de un mercado bajo competencia perfecta, establece que el punto de equilibrio del mercado (precio-cantidad) es aquel que maximiza el excedente de la sociedad (excedente social) el cual está conformado como el excedente de los consumidores más el excedente de los productores. El siguiente diagrama describe la situación:

ILUSTRACIÓN 2. EQUILIBRIO EN MERCADOS PERFECTOS



Desde el punto de vista matemático el punto de equilibrio (p^E, s^E) es aquel que soluciona el siguiente problema

$$\text{Maximizar } ES^{CP} = \int [D^{-1}(s) - S^{-1}(s)] ds$$

donde ES^{CP} representa el excedente social bajo competencia perfecta, s la cantidad demandada, p el precio en el mercado, $D^{-1}(s)$ la función inversa de la demanda (el precio como función de la cantidad demandada) y $S^{-1}(s)$ la función inversa de la oferta (el precio como función de la cantidad producida).

Diversas circunstancias impiden que los mercados cumplan los requisitos exigidos por el modelo de competencia perfecta. Cuando los agentes que intervienen son pocos, podrán manipular en mayor o menor medida los precios y las cantidades intercambiadas impidiendo o dificultando el funcionamiento de los mecanismos de la competencia perfecta que garantizarían resultados eficientes para la sociedad. La aparición de grandes empresas y de nuevos productos diferenciados puso en evidencia la necesidad de una teoría económica que analizase estas situaciones "desviadas" del sistema de libre competencia. Lo que ha llevado a la elaboración en muchos países y regiones de normativas para la represión de los monopolios y de las "prácticas restrictivas de la libre competencia". Aquí cabe destacar que un grupo de economistas británicos entre los que destacó Joan Robinson (1903-1983) sostuvo que los monopolios, más que excepción al caso general de la libre competencia, eran la regla, y su estudio debía ser la base para la teoría del mercado. La situación actual en que la riqueza se concentra en las grandes compañías transnacionales parece indicar que en muchos mercados ellos tienen la razón.

La visión dominante actualmente en los países desarrollados considera la situación de libre competencia como un objetivo que debe ser perseguido por los gobiernos. Su virtud principal es el estímulo hacia la búsqueda por los empresarios individuales de una mayor eficiencia, la mejora de los productos y el abaratamiento de los costos. De allí se deriva la "globalización" que afirma que la mejor forma de eliminar los monopolios consiste en abrir los mercados a la competencia exterior. A continuación se presentan un resumen de los principales tipos de mercados "imperfectos".

Tabla1. Tipología de los mercados no competitivo

TIPOLOGÍA DE LOS MERCADOS NO COMPETITIVOS

MONOPOLIO	UN SOLO PRODUCTOR
MONOPSONIO	UN SOLO CONSUMIDOR
COMPETENCIA MONOPOLISTA	POCOS PRODUCTORES, PRODUCTO DIFERENCIADO
OLIGOPOLIO	POCOS PRODUCTORES, PRODUCTO HOMOGÉNEO
OLIGOPOLIO DE DEMANDA	POCOS CONSUMIDORES
OLIGOPOLIO BILATERAL	POCOS PRODUCTORES Y POCOS CONSUMIDORES

No debe confundirse la libre competencia con la ausencia de regulación o intervención gubernamental. El fomento de la competitividad entre empresas requiere frecuentemente una normativa reguladora muy minuciosa que conozca previamente las condiciones bajo las cuales se da la situación óptima que implica la competencia perfecta. Lo anterior lleva al aumento de normatividad por parte de los gobiernos para que las empresas adopten decisiones técnicas comunes que garanticen a la sociedad la mayor competitividad en los mercados para que de esta forma se beneficie toda la sociedad que da sentido a dichas empresas.

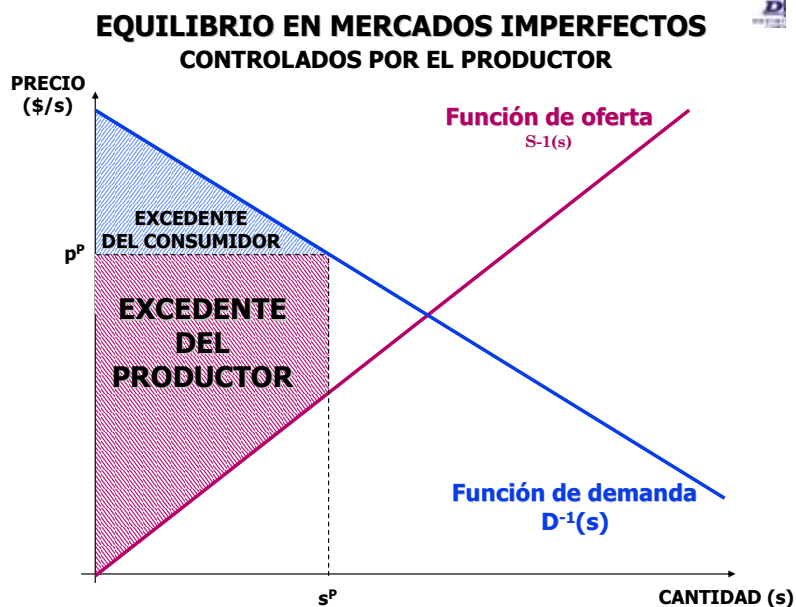
El mecanismo de control del mercado por parte del agente dominante consiste en reducir la cantidad ofrecida y fijar el precio de acuerdo con la función de demanda o de oferta del agente dominado, la cual representa su comportamiento en el mercado. De esta forma el agente dominante estará capturando parte del excedente del agente dominado, de tal forma de maximizar su propio excedente. La ilustración 3 presenta la situación para el caso de un productor dominante.

Desde el punto de vista matemático el punto de equilibrio (p^p , s^p) es aquel que soluciona el siguiente problema

$$\text{Maximizar } ES^{pD} = \int [D(p^p) p^p - S^1(s)] ds$$

donde ES^{PD} representa el excedente del productor dominante y $D(p^P)$ la función de demanda del consumidor (la cantidad demandada como función del precio).

ILUSTRACIÓN 3. EQUILIBRIO DE MERCADOS IMPERFECTOS



El estudio de los mercados monopólicos y oligopólicos en los que los agentes dominantes tienden a asumir posiciones autónomas no-cooperativas para maximizar sus beneficios ha sido sujeto de atención por múltiples investigadores. Uno de los trabajos más importantes en este tema es el realizado por Stackelberg (1934), el cual dio origen a los denominados agentes tipo Stackelberg que se presentan cuando en un mercado existe un agente (productor o consumidor) que ostenta una posición privilegiada, y por lo tanto, puede imponer sus condiciones al resto de los agentes (productores o consumidores).

Se puede afirmar que el desarrollo de la Economía está sustentado en el pensamiento sistemático sobre la adopción de medidas racionales en los procesos de toma de decisión, y a partir de allí llegó a ser natural pensar sobre la aplicación de tal racionalidad a problemas sociales diferentes a la producción y a la distribución de productos. Pero aplicaciones de esta racionalidad en áreas más generales, sin las estructuras tradicionales de un mercado, requirieron también de un enfoque más general. La búsqueda de tal

manera estructura fue emprendida en 1928 por Jhon Von Neumman con el desarrollo de los principios básicos de la denominada Teoría de Juegos (*Game Theory*), que se concreta con la publicación (conjuntamente con Oskar Morgenstern) en 1944 del libro "*The Theory of Games and Economic Behavior*".

En la década de los cincuenta comienza la nueva era de los estudios de equilibrio con el primer trabajo del Premio Nobel Jhon Nash en teoría de equilibrio no-cooperativo; que puede considerarse uno de los adelantos intelectuales más importantes del siglo pasado, debido a su gran impacto en las ciencias económicas y en general en las ciencias sociales. El pensamiento de Nash es el resultado del proceso de extender el análisis matemático formal a situaciones competitivas generales. Para comprender la importancia del trabajo de Nash, y su aparición solo en 1950, se debe comenzar con la misma definición de economía. Una generación antes de la de Nash, la economía se definía como una ciencia social especializada en el estudio de la producción y la distribución de bienes y servicios. Con esta definición, el trabajo de Nash podría verse como una investigación matemática más allá de los límites de la economía. Hoy, los economistas definen su campo de acción más ampliamente, como una ciencia relacionada con el análisis de los incentivos que mueven todas las instituciones sociales. La contribución de Nash tuvo un papel central en la redefinición del alcance de la economía. Mirando con frialdad, la Teoría de Nash, basada en la maximización de las funciones de utilidad de cada agente, es simplemente la formalización matemática de las ideas que Maquiavello había planteado de manera cualitativa, en 1513 a través de su famoso libro "El Príncipe", sobre los "juegos no-cooperativos".

En 1958, Robert Dorfman, Paul Samuelson y Robert Solow publicaron el libro "Linear Programming and Economic Analysis". Este libro se convierte en un libro de consulta básico para profundizar en aspectos los aspectos matemáticos que rigen los procesos económicos, ya que establece de manera clara y precisa las relaciones entre la Economía y los modelos de optimización basados en Programación Lineal, afirmando: "La programación lineal es, por así decir, un sistema centralizado de cálculo para esquemas

eficientes o incluso para explorar todo el conjunto eficiente. En cambio, la maximización competitiva del beneficio es una forma descentralizada, atomista, de hacer lo mismo."

En la actualidad se encuentran una gran cantidad de estudios y de modelos que integran la teoría económica clásica, los procesos estocásticos, los modelos de optimización y el análisis de equilibrio. A partir de los modelos que se soportaban en los conceptos de la "competencia perfecta", los cuales en esencia asumen que ningún agente del mercado tiene capacidad para influir en los precios, cada vez es más frecuente estudios que tratan de determinar puntos de equilibrio que son el resultado de el ejercicio de posiciones estratégicas de los agentes. Sin embargo, es común en todos los estudios asumir posiciones pasivas de los consumidores masivos, quienes se comportan como tomadores de precios, lo que implica que en apariencia es generalizada la percepción de que los usuarios finales no son conscientes del poder que tiene su comportamiento en la determinación de los precios.

El desarrollo de la microelectrónica conlleva una gran diferencia en los alcances de los estudios prácticos. En la medida que aparecen nuevos avances tecnológicos, la dimensión de los modelos matemáticos digitales es cada vez mayor, llegando a dimensiones nunca antes imaginadas. Este impacto no se limita a la capacidad de cómputo si no que afecta la concepción misma de los modelos. En la medida en que la computación paralela de alto nivel (procesadores paralelos a nivel de macroprocesos) gana un espacio como alternativa tecnológica válida, y económicamente viable, han surgido nuevos enfoques para analizar los mercados y por ende para construir modelos de los mismos.

Hoy en día hay una corriente fuerte trabajando en lo que se ha denominado *Agent-Based Computational Economics* (ACE) (Tesfatsion, 2000) que se puede definir como el estudio de la economía modelada como la evolución de sistemas de agentes autónomos que interactúan entre sí. ACE se puede considerar como una especialización hacia la economía del complejo paradigma de los sistemas adaptativos (Holland 1992). La diferencia principal entre la ACE y lo que podríamos denominar el enfoque clásico es la forma de concebir las

normas de operar y de interactuar de los usuarios finales. El enfoque convencional esta basado en una metodología de arriba hacia abajo en el cual a partir de las normas de comportamiento "ideales" del sistema integrado se extrapolan las normas de comportamiento de los agentes para dar coherencia a todo el modelo. El enfoque ACE se basa en metodología de abajo hacia arriba en la cual a partir del comportamiento de cada agente individual se trata de determinar el comportamiento del sistema integrado. El reto de ACE es demostrar como es posible construir a partir del comportamiento de agentes individuales que actúan bajo su propia perspectiva y bajo su propio interés el comportamiento económico global. El beneficio del anterior enfoque es establecer un marco de referencia que permita estudiar estructuras socioeconómicas complejas a partir de la construcción de agentes individuales peculiares basadas en las predicciones que los agentes individuales hacen sobre otros agentes (Darley y Kauffman).

Por mucho tiempo se cuestionado la validez de una racionalidad "común" en los agentes individuales necesaria para explicar el comportamiento global del sistema. ACE permite crear variaciones, mutaciones, de un agente "perfecto" para crear agentes reales similares pero no iguales como una forma de replicar la variedad en los objetivos y formas de interactuar de los agentes. Este enfoque de mirar los sistemas económicos como organizaciones que se pueden autoorganizar no es nuevo y se podría citar los trabajos de Adam Smith (1937) y Frederick Hayek (1948) como sus precursores, quienes plantearon modelos para estudiar procesos específicos en los cuales el orden social emerge a partir de un micro-comportamiento auto-organizado. En esencia ACE no es más que la aplicación de los fundamentos de la teoría evolucionaria de Darwin al comportamiento socio-económico. La integración de los enfoques top-down y bottom-up (Velásquez 2001) será la base de los modelos económicos del futuro.

3.1.2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

El mecanismo que determina los precios y las cantidades a negociar está gobernado por la denominada función de oferta agregada (de todos los productores) y por la función de

demanda agregada (de todos los consumidores) de cada bien y/o servicio. Si consideramos un mercado en el cual se negocian n bienes por m agentes compradores, la función de demanda agregada del bien i al precio p_i es la suma de las demandas de todos los agentes, o sea

$$D_i(p_i) = \sum_{j=1,m} d_{i,j}(p_i)$$

donde $d_{i,j}(p_i)$ representa la demanda del producto i por el agente j al precio p_i . De manera similar la función de oferta agregada para el producto i se define como

$$S_i(p_i) = \sum_{j=1,m} s_{i,j}(p_i)$$

donde $s_{i,j}(p_i)$ representa la oferta del producto i por el agente j al precio p_i .

El equilibrio ocurre cuando, para un precio positivo, la demanda agregada es igual a la oferta agregada. Convencionalmente, se asume que las funciones de demanda para cada producto y para cualquier agente tienen pendiente negativa, y de manera similar, se asume que las funciones de oferta tienen pendiente positiva. El punto donde se interceptan las funciones de demanda y de oferta agregadas se considera el punto de equilibrio. La teoría de equilibrio de mercados garantiza, bajo ciertas condiciones matemáticas, la existencia del equilibrio y que el mercado forzará al precio y a las cantidades hacia el "estado de equilibrio".

Matemáticamente el modelo más sencillo de equilibrio se define como

$$S_i(p_i) - D_i(p_i) \quad \begin{cases} = 0 & \text{sí } p_i^* > 0 \\ \geq 0 & \text{sí } p_i^* = 0 \end{cases}$$

Específicamente la anterior definición establece, que si el precio de un producto es positivo entonces el mercado equilibrará la oferta y la demanda, por el contrario si el precio es cero se presenta un exceso de oferta. La anterior formulación corresponde al formato de un problema matemático tipo de complementariedad no lineal (*Nonlinear Complementarity Problem*).

Los modelos reales son muchos más complicados. Las funciones de oferta y de demanda de un producto para productos complementarios, competitivos o dependientes están interrelacionadas y no solo dependen del precio del bien, sino que también dependen de los precios de los otros bienes. Adicionalmente, hay intervenciones en el mercado que afectan los puntos de equilibrio. Por ejemplo, la introducción de impuestos o de costos de transacción desplaza las funciones de oferta y de demanda, y por lo tanto, cambian el punto de intersección. Consideremos otro tipo de intervención como el establecimiento de techos, pu , y de pisos, pl , a los precios del mercado; en este caso la condición de equilibrio del mercado puede formularse como

$$S_i(p_i) - D_i(p_i) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \leq 0 & \text{sí } p_i^* = pu_i \\ = 0 & \text{sí } pl_i < p_i^* < pu_i \\ \geq 0 & \text{sí } p_i^* = pl_i \end{array} \right.$$

La anterior definición establece que si hay un exceso de demanda el precio será igual al techo; y si hay un exceso de oferta el precio será igual al piso, y corresponde al formato de un problema tipo Mixed Nonlinear Complementarity Problem (MNCP), una generalización del problema NCP.

La teoría de equilibrio se divide en dos grandes categorías: equilibrio parcial y equilibrio general. El equilibrio parcial considera solamente una parte de la economía, y considera la influencia del resto de la economía fija durante el período de análisis. Más aún, el equilibrio parcial se puede concentrar en la relación entre ciertos tipos de agentes, ignorando el estado de los restantes. El equilibrio general concierne a toda la economía.

Desde el punto de vista económico, la teoría del equilibrio de los mercados implica que los beneficios del mercado los comparten los consumidores y los productores, y de esta forma los captura la sociedad.

El beneficio de los consumidores (excedente del consumidor) se establece comparando la disponibilidad a pagar por los productos con precio establecido en el mercado y se define como

$$EC_i = \int_{p \leq p^*} [D_i(p) - p^*] dp$$

donde EC_i representa el excedente de los consumidores del producto i . El excedente total de los consumidores EC se define como

$$EC = \sum_i EC_i$$

De manera similar el excedente de los productores se establece con base en la diferencia entre el precio del mercado y el precio al cual estaba dispuesto a vender el productor, esto es

$$EP_i = \int_{p \leq p^*} [p^* - S_i(p)] dp$$

donde EP_i representa el excedente de los productores del producto i . El excedente total de los productores EP se define como

$$EP = \sum_i EP_i$$

La ganancia total que produce el mercado, se denomina excedente social, ES , y se define como la suma de los excedentes de los consumidores y de los excedentes de los productores, esto es

$$ES = EC + EP = \sum_i \left\{ \int_{p \leq p^*} [D_i(p) - p^*] dp - \int_{p \leq p^*} [p^* - S_i(p)] dp \right\}$$

El punto de equilibrio en un mercado perfecto se da en el punto en que se maximiza el excedente social, lo que convierte al problema de determinar el punto de equilibrio en un problema de optimización con la siguiente estructura.

$$EP: = \left\{ \text{Max} \sum_i \int_{p \leq p^*} [D_i(p) - S_i(p)] dp \right\}$$

En el anterior problema se asume que se conocen las funciones de oferta y de demanda de los productos del mercado.

En adelante, las funciones vectoriales agregadas de oferta y de demanda, que determinan la cantidad como función del precio, se consideraran de acuerdo a la siguiente estructura

$$S(p) = \{ S_1(p), S_2(p), \dots S_N(p) \}$$
$$D(p) = \{ D_1(p), D_2(p), \dots D_N(p) \}$$

donde p representa el vector de precios del mercado, $S(p)$ la función agregada de oferta y $D(p)$ la función agregada de demanda. De manera complementaria se considera que existen las funciones vectoriales inversas agregadas de oferta y de demanda, que determinan el precio como función de la cantidad, de acuerdo a la siguiente estructura

$$S^{-1}(s) = \{ S_1^{-1}(s), S_2^{-1}(s), \dots S_N^{-1}(s) \}$$
$$D^{-1}(s) = \{ D_1^{-1}(s), D_2^{-1}(s), \dots D_N^{-1}(s) \}$$

donde s representa el vector de cantidades transadas en el mercado, $S^{-1}(s)$ la función inversa agregada de oferta y $D^{-1}(s)$ la función inversa agregada de demanda

Parte fundamental del problema de equilibrio económico es la estimación de las funciones de oferta y de demanda que son necesarias para determinar los precios y las cantidades que balancean el mercado.

En términos generales hay dos tipos de tecnologías para determinar las funciones de oferta y de demanda: tecnologías basadas en modelos estadísticos y tecnologías basadas en modelos técnico-económicos que representan el proceso de consumo y de producción de bienes y/o servicios. Los modelos de tipo estadístico son construidos con base en la historia y por lo tanto tratan de proyectar situaciones futuras a partir de situaciones vividas en el pasado. Los modelos técnico-económicos están basados en la integración de los efectos debidos a la topología, la tecnología y los costos que afectan al sistema, esto permite determinar el comportamiento del sistema en situaciones que nunca han sido enfrentadas con anterioridad, ya que la relación entre todas las entidades integradas en el

mercado se estructuran con base en formulas matemáticas que describen los procesos y sus posibilidades de acción.

A continuación se analiza la construcción de las funciones de demanda a partir de modelos técnico-económicos. Por facilidad de presentación, se asumen agentes representados por modelos de producción lineales pero esto no es una limitación en los conceptos que se presentan.

3.3. MODELOS DE OFERTA

Consideremos la formulación de un modelo $P(D())$ para un productor que maximiza sus utilidades definidas como la diferencia entre el valor de las ventas y el costo de producción

$$P(D()): = \{ \text{Max}_{x,s} z_p = p^T s - c_p^T x \mid A_p x - s = 0 ; B_p x = b_p ; x \geq 0 ; D(p) \geq s \geq 0 \}$$

donde:

- x vector de variables de decisión del productor (inversiones, capacidades, niveles de actividad, etc)
- c_p vector de costos asociado a las decisiones del productor
- p vector de precios pagados al productor
- s vector de cantidades entregadas al consumidor
- $D(p)$ vector de cantidades demandas al productor si el precio en el mercado es p (función agregada de demanda)
- A_p matriz técnico-económica que relaciona las cantidades demandadas con las decisiones del productor
- B_p matriz técnico-económica que determina la topología y la tecnología del productor
- b_p vector de recursos del productor

El anterior modelo es equivalente a uno de minimización con la siguiente estructura

$$P(D()): = \{ \text{Min}_{x,s} z_p = c_p^T x - p^T s \mid A_p x - s = 0 ; B_p x = b_p ; x \geq 0 ; D(p) \geq s \geq 0 \}$$

De acuerdo a la conveniencia se utilizarán indistintamente las dos formulaciones. $P(D(p))$ sirve al productor para:

- Determinar los precios y cantidades que maximizan su utilidad (excedente del productor)
- Determinar sus funciones agregadas de oferta $S(p)$ y $S^{-1}(s)$

En el primer caso, el productor debe conocer la función de demanda del consumidor $D(p)$, y por consiguiente la función inversa de demanda $D^{-1}(s)$, y para determinar el punto de equilibrio del mercado resolviendo el siguiente problema

$$P(D^{-1}()): = \{ \text{Max}_{x,s} z_p = D^{-1}(s)^T s - c_p^T x \mid A_p x - s = 0; B_p x = b_p; x \geq 0; s \geq 0 \}$$

El anterior problema será de programación lineal si la función inversa agregada de demanda es lineal, y de programación no-lineal en el caso contrario. La cantidad transada en el mercado será s , y el precio de equilibrio $D^{-1}(s)$. El anterior modelaje asume que el consumidor tiene una actitud pasiva y actúa de acuerdo a su función "natural" de demanda sin intentar influir sobre los precios del mercado, lo que le da una posición dominante al productor, que podrá establecer el precio que mas le conviene.

Cuando el productor actúa como un tomador de precios ("price taker") el problema a resolver será

$$P(p): = \{ \text{Max}_{x,s} z_p = p^T s - c_p^T x \mid A_p x - s = 0; B_p x = b_p; x \geq 0; \%D(p) \geq s \geq 0 \}$$

donde el precio p es establecido por otros agentes del mercado, ya sean productores o consumidores, y $\%D(p)$ la máxima fracción de demanda que puede llegar a atender el productor.

Para determinar la función agregada de oferta, se debe tener en cuenta que las componentes del vector de variables duales π correspondientes a la restricción $A_p x - s = 0$ determinan los costos marginales en que incurre el productor al satisfacer la ultima unidad de demanda. Para un valor dado de s , π determina el valor límite de la función inversa

agregada de oferta del productor $S^1(s)$, en tanto que el costo marginal π_i sea menor que el precio p_i será rentable para el productor satisfacer la demanda s_i .

La función inversa de oferta $S^1(s)$ se establece a partir de una transformación de los costos marginales π , que como función de los denominaremos $\pi(s)$, esto es

$$S^1(s) = \Gamma(\pi(s))$$

donde $\Gamma(\pi(s))$ representa la función de transformación que determina la política de precios del productor para establecer el precio de venta $S^1(s)$ a partir de los costos marginales $\pi(s)$. En todos los puntos \mathbf{s} , de un espacio multidimensional de tamaño \mathbf{n} , en que se desee evaluar la función inversa de oferta del productor se deberá resolver el siguiente problema

$$IS(s): = \{ \text{Min}_x \ z_p = c_p^T x \mid A_p x - s = 0 ; B_p x = b_p ; x \geq 0 \}$$

El anterior problema corresponde a uno de mínimo costo en el que el productor minimiza los costos de satisfacer una demanda preestablecida \mathbf{s} . Cuando el productor representa a todo un sector productivo este será un medio para determinar la función de oferta agregada del sector.

3.4. MODELOS DE DEMANDA

Consideremos el modelo $C(p)$ de un consumidor que toma sus decisiones con base en la minimización del costo de funcionamiento de su sistema

$$C(S^{-1}()): = \{ \text{Min}_{y,s} \quad z_c = c_c^T y + S^{-1}(s)^T s \mid A_c y + s = 0 ; B_c y = b_c ; y \geq 0 ; s \geq 0 \}$$

donde:

y vector de variables de decisión del consumidor (inversiones, capacidades, niveles de actividad, etc)

c_c vector de costos asociado a las decisiones del consumidor

$S^{-1}(s)$ vector de precios pagados al productor si el nivel de demanda en el mercado es \mathbf{s} (función inversa de oferta del productor)

s vector de cantidades demandadas al productor

A_c matriz técnico-económica que relaciona las cantidades demandadas con las decisiones del consumidor

B_c matriz técnico-económica que determina la topología y la tecnología del consumidor

b_c vector de recursos del consumidor

$C(S^{-1}())$ sirve al consumidor para:

- Determinar los precios y cantidades que maximizan su utilidad o minimizan sus costos (excedente del consumidor)
- Determinar sus funciones agregadas de demanda $D(p)$ y $D^{-1}(s)$

En el primer caso, el productor debe conocer la función de oferta inversa del productor $S^{-1}(s)$ y puede determinar el punto de equilibrio del mercado resolviendo $C(S^{-1}(s))$ que será de programación lineal si la función inversa agregada de demanda es lineal, y de programación no-lineal en el caso contrario. La cantidad transada en el mercado será \mathbf{s} , y el precio de equilibrio $S^{-1}(s)$. El anterior modelaje asume que el consumidor tiene una actitud activa e intentará influir sobre los precios del mercado de tal forma de establecer el precio que mas le conviene.

Cuando el consumidor actúa como "price taker" el problema a resolver será

$$C(p): = \{ \text{Min}_{y,s} z_c = c_c^T y + p^T s \mid A_c y + s = 0 ; B_c y = b_c ; y \geq 0 ; S(p) \geq s \geq 0 \}$$

donde el precio p es establecido por otros agentes del mercado, ya sean productores o consumidores y $S(p)$ corresponde a la cantidad ofrecida en el mercado a ese precio.

Para determinar la función agregada de demanda, se debe tener en cuenta que las componentes del vector de variables duales θ correspondiente a la restricción $A_c y + s = 0$ determinan el costo marginal que produce la última unidad consumida. Para un valor dado de s , θ define el valor de la función inversa de demanda del consumidor. En tanto que θ_i sea menor que p_i será beneficioso para el consumidor incrementar la demanda s_i .

La función inversa de demanda $D^{-1}(s)$ se establece a partir de los costos marginales esto es

$$D^{-1}(s) = \theta(s)$$

En todos los puntos \mathbf{s} , de un espacio multidimensional de tamaño \mathbf{n} , en que se desee evaluar la función inversa de demanda del consumidor se deberá resolver el siguiente problema

$$ID(s): = \{ \text{Min}_y z_c = c_c^T y \mid A_c y + s = 0 ; B_c y = b_c ; y \geq 0 \}$$

El anterior problema corresponde a uno de mínimo costo en el que el productor minimiza los costos de satisfacer un consumo preestablecido \mathbf{s} .

3.5. EQUILIBRIO COOPERATIVO

Los mercados cerrados (sin importaciones ni exportaciones) bajo competencia perfecta garantizan el equilibrio óptimo desde el punto de vista social debido a la eficiencia del mercado, en el cual se acepta la capacidad de los consumidores y de los productores a modificar su demanda/oferta en la medida que cambia el precio. Para determinar el punto de equilibrio se debe modelar la cooperación entre el productor y el consumidor quienes cooperan uniendo sus esfuerzos a través del mercado para obtener conjuntamente el mayor beneficio social posible. La utilidad del funcionamiento conjunto del mercado (excedente social) corresponde a la suma de los beneficios de los productores y los de los consumidores

$$(p^T s - c_p^T x) - (c_c^T y + p^T s) = - (c_p^T x + c_c^T y)$$

Dado que hay cooperación la transferencia entre productores y consumidores se anula desde el punto de vista global. Sin embargo, se puede demostrar que para haya estabilidad en la cooperación el precio de intercambio debe corresponder a los costos marginales de producción π .

El problema resultante de la integración de los beneficios (excedentes) es

$$\begin{aligned} EC: = \{ & \text{Min } z_p = c_p^T x + c_c^T y / \\ & A_p x - s = 0 \\ & A_c y + s = 0 \\ & B_p x = b_p \\ & B_c y = b_c \\ & x \geq 0 ; y \geq 0 ; s \geq 0 \} \end{aligned}$$

Los precios de equilibrio p se determinan como

$$p = \pi$$

donde π representa al vector de variables duales de las restricciones $A_p x - s = 0$.

La función objetivo resultante se puede interpretar como que maximizar el excedente social es equivalente a minimizar los costos que deben asumir los consumidores para demandar los bienes y servicios y los costos que deben asumir los productores para ofrecer dichos bienes y servicios.

El conjunto de ecuaciones

$$A_p x - s = 0$$

$$A_c y + s = 0$$

puede sustituirse por una ecuación equivalente igual a

$$A_c y + A_p x = 0$$

sin embargo por claridad en la interpretación de los resultados, se prefiere continuar con la formulación extendida.

Consideremos el problema dual de EC:

$$DEC: = \{ \text{Max } z_p = \lambda_p^T b_p + \lambda_c^T b_c \mid$$

$$\pi^T A_p + \lambda_p^T B_p \leq c_p^T$$

$$\theta^T A_c + \lambda_c^T B_c \leq c_c^T$$

$$\pi^T \leq \theta^T \}$$

Se debe notar la relación entre los costos marginales de producción y de consumo, $\pi \leq \theta$, implica la demanda se atenderá hasta el punto en que el costo marginal de producción sea menor o igual al costo de no atender la demanda; lo que es racional desde el punto de vista económico.

La solución al anterior problema es trivial pero no siempre produce valores factibles para los precios, ya que no se han incluido restricciones que implican precios positivos. Quizás en muchos problemas reales esta condición se cumple automáticamente, pero desde el punto de vista teórico, para garantizar la existencia de la solución es necesario considerarla explícitamente, lo que complica la solución del problema.

Para incluir la restricción de no-negatividad es necesario formular el problema como uno del tipo **VI**. Para ello se debe considerar las condiciones **KKT** (Karush-Kuhn-Tucker) para el problema integrado. Para adicionar la restricción de no-negatividad sobre π , el problema se puede plantear bajo el formato *Variational Inequality Problem (VI)* que se formula como la solución al siguiente conjunto de inecuaciones

$$\begin{aligned}
 (x - x^*)^T (c_p - \pi^{*T} A_p - \lambda_p^{*T} B_p) &\geq 0 \\
 (y - y^*)^T (c_c - \pi^{*T} A_c - \lambda_c^{*T} B_c) &\geq 0 \\
 (s - s^*)^T (\theta^T - \pi^T) &\geq 0 \\
 (\pi - \pi^*)^T (s^* - A_p x^*) &\leq 0 \\
 (\theta - \theta^*)^T (-s^* - A_c y^*) &\leq 0 \\
 (\lambda_p - \lambda_p^*)^T (b_p - A_p x^*) &\leq 0 \\
 (\lambda_c - \lambda_c^*)^T (b_c - A_c y^*) &\leq 0 \\
 x, x^* &\geq 0 \\
 s, s^* &\geq 0 \\
 y, y^* &\geq 0 \\
 \pi, \pi^* &\geq 0 \\
 \theta, \theta^* &\geq 0 \\
 \pi^* &\leq \theta^*
 \end{aligned}$$

Las últimas condiciones se incluyen considerando las restricciones del problema dual de *EC*:

El problema *EC* puede extenderse para mercados abiertos que permiten importaciones y exportaciones, para ello se debe incluir un precio de referencia de los mercados externos, de forma tal de permitir el intercambio de bienes y servicios. Dicho problema se puede formular como:

$$\begin{aligned}
 ECG: = \{ \text{Min } z_p = c_p^T x + c_c^T y + p_I^T i - p_E^T e \mid \\
 A_p x - (s + i - e) &= 0 \\
 A_c y + (s + i - e) &= 0 \\
 B_p x &= b_p
 \end{aligned}$$

$$B_c y = b_c$$

$$x \geq 0 ; y \geq 0 ; s \geq 0 \}$$

donde e representa el vector de exportaciones, i el vector de importaciones, p_i el precio de referencia de las importaciones y p_E el precio de las exportaciones. De esta forma se incluye en el excedente social los beneficios derivados del comercio externo de bienes y servicios.

3.6. MICROECONOMÍA ESPACIAL

Los orígenes del análisis espacial se remontan Von Thünen en 1826 cuyo trabajo dio lugar a la "microeconomía espacial" que presenta los fundamentos de la economía y de la formación de la renta inmobiliaria. Posteriormente se desarrollan los modelos de gravedad y entropía siendo fundamentales los aportes de Hansen (1959) y Lowry (1964), que se pueden considerar como los primeros dentro de una vasta área trabajos de investigación. En los años sesenta (60) se desarrolla la primera generación de modelos de tipo gravitatorio que condujeron al importante trabajo de Wilson (1970), quien no sólo introdujo técnicas de maximización de la entropía a la modelación espacial, sino que señaló también el camino de los modelos integrados de localización de actividades económicas y transporte. Wilson demostró que un sistema urbano o regional se podía representar con un sólo cuerpo teórico unificado y consistente. Esta consideración, y en general el enfoque de interacción espacial entre actividades, es parte fundamental de los modelos analíticos utilizados para "explicar" la visión futura de los sistemas regionales (rurales-urbanos).

Por otro lado, los modelos de insumo-producto (input-output, IO) desarrollados a partir del trabajo de Leontief y Strout (1963) son de gran importancia, tanto a escala nacional como regional ya que con base en ellos se representa un sistema económico a partir de una contabilidad insumo-producto, incluyendo la formación de precios y la representación de importaciones y de exportaciones. Desde el punto de vista conceptual son manejados por

la demanda, en el sentido que los niveles de producción se ajustan de forma tal de atender la demanda de productos y servicios finales. Esta concepción ha sido integrada al modelaje del sistema urbano-regional vinculándola con los sistemas de transporte.

Son fundamentalmente importantes los desarrollos realizados a partir del estudio de los procesos de decisión que surgen del trabajo desarrollado por Daniel McFadden (1973, Premio Nóbel en Economía 2000) que da origen a la escuela de modelos de decisión discretos y de utilidad aleatoria (Random Utility Theory, RUT). McFadden planteó un modelo general del proceso de toma de decisiones de los individuos, a partir del cual las investigaciones de esta escuela se han centrado en el problema de la interrelación entre las actividades económicas, entendidas como demandas y ofertas de productos y de servicios, y el comportamiento probabilístico que se deriva de cómo los individuos toman sus decisiones. En sistemas regionales, esta formulación teórica básica se ha extendido a todos los niveles de decisión, tratando de explicar en zonas fuertemente interconectadas la generación de ofertas y de demandas para las actividades de los diferentes sectores en que se divide la economía y las ofertas y demandas de viajes para los diferentes modos de transporte, convirtiendo los modelos modernos en una extensa cadena de modelos de decisiones discretas organizada jerárquicamente en múltiples niveles. (De La Barra 1989).

El enfoque de representar las decisiones con base en procesos de decisión discretos distingue y distancia los modelos bajo este enfoque de los modelos convencionales basados en el concepto de equilibrio, en los que no es fácil incluir la problemática que se deriva de la racionalidad limitada de los individuos. De esta forma, la asignación multimodal de demandas de transporte y de demandas/ofertas de actividades económicas en las zonas puede considerar preferencias declaradas de los individuos, lo que otorga gran flexibilidad y una base de comportamiento económico individual de la cual carecen los modelos de equilibrio.

Adicionalmente, los modelos matemáticos convencionales, propios de la Investigación de Operaciones clásica, aportan elementos tales como modelos de transporte, teoría de grafos, flujo en redes, problema de la ruta mínima, procesos de colas y otros.

3.8. LEY 388 DE 1997

A continuación se presentan apartes de la ley 388 de 1997 donde se encuentran plasmadas los conceptos alcances y limitaciones de los planes de ordenamiento territorial, municipal, nacional y departamental

Objetivos y principios generales

Artículo 1o.- *Objetivos.* La presente ley tiene por objetivos:

2. El establecimiento de los mecanismos que permitan al municipio, en ejercicio de su autonomía, promover el ordenamiento de su territorio, el uso equitativo y racional del suelo, la preservación y defensa del patrimonio ecológico y cultural localizado en su ámbito territorial y la prevención de desastres en asentamientos de alto riesgo, así como la ejecución de acciones urbanísticas eficientes.

...

Artículo 2o.- *Principios.* El ordenamiento del territorio se fundamenta en los siguientes principios:

1. La función social y ecológica de la propiedad.
2. La prevalencia del interés general sobre el particular.
3. La distribución equitativa de las cargas y los beneficios.

Artículo 3o.- *Función pública del urbanismo.* El ordenamiento del territorio constituye en su conjunto una función pública, para el cumplimiento de los siguientes fines:

1. Posibilitar a los habitantes el acceso a las vías públicas, infraestructuras de transporte y demás espacios públicos, y su destinación al uso común, y hacer efectivos los derechos constitucionales de la vivienda y los servicios públicos domiciliarios.
 2. Atender los procesos de cambio en el uso del suelo y adecuarlo en aras del interés común, procurando su utilización racional en armonía con la función social de la propiedad a la cual le es inherente una función ecológica, buscando el desarrollo sostenible.
 3. Propender por el mejoramiento de la calidad de vida de los habitantes, la distribución equitativa de las oportunidades y los beneficios del desarrollo y la preservación del patrimonio cultural y natural.
 4. Mejorar la seguridad de los asentamientos humanos ante los riesgos naturales.
-

CAPITULO II

Ordenamiento del territorio municipal

Artículo 5o.- Concepto. El ordenamiento del territorio municipal y distrital comprende un conjunto de acciones político-administrativas y de planificación física concertadas, emprendidas por los municipios o distritos y áreas metropolitanas, en ejercicio de la función pública que les compete, dentro de los límites fijados por la Constitución y las leyes, en orden a disponer de instrumentos eficientes para orientar el desarrollo del territorio bajo su jurisdicción y regular la utilización, transformación y ocupación del espacio, de acuerdo con las estrategias de desarrollo socioeconómico y en armonía con el medio ambiente y las tradiciones históricas y culturales.

Artículo 6o.- Objeto. El ordenamiento del territorio municipal y distrital tiene por objeto complementar la planificación económica y social con la dimensión territorial, racionalizar las intervenciones sobre el territorio y orientar su desarrollo y aprovechamiento sostenible, mediante:

1. La definición de las estrategias territoriales de uso, ocupación y manejo del suelo, en función de los objetivos económicos, sociales, urbanísticos y ambientales.

2. El diseño y adopción de los instrumentos y procedimientos de gestión y actuación que permitan ejecutar actuaciones urbanas integrales y articular las actuaciones sectoriales que afectan la estructura del territorio municipal o distrital.

3. La definición de los programas y proyectos que concretan estos propósitos.

El ordenamiento del territorio municipal y distrital se hará tomando en consideración las relaciones intermunicipales, metropolitanas y regionales; deberá atender las condiciones de diversidad étnica y cultural, reconociendo el pluralismo y el respeto a la diferencia; e incorporará instrumentos que permitan regular las dinámicas de transformación territorial de manera que se optimice la utilización de los recursos naturales y humanos para el logro de condiciones de vida dignas para la población actual y las generaciones futuras.

Artículo 7o.- Competencias en materia de ordenamiento territorial. De acuerdo con los principios y normas constitucionales y legales, las competencias en materia de ordenamiento del territorio se distribuyen así:

1. A la Nación le compete la política general de ordenamiento del territorio en los asuntos de interés nacional: áreas de parques nacionales y áreas protegidas; localización de grandes proyectos de infraestructura; localización de formas generales de uso de la tierra de acuerdo con su capacidad productiva en coordinación con lo que disponga el desarrollo de la Ley del Medio Ambiente; determinación de áreas limitadas en uso por seguridad y defensa; los lineamientos del proceso de urbanización y el sistema de ciudades; los lineamientos y criterios para garantizar la equitativa distribución de los servicios públicos e infraestructura social de forma equilibrada en las regiones y la conservación y protección de áreas de importancia histórica y cultural, así como los demás temas de alcance nacional, de acuerdo con sus competencias constitucionales y legales.

2. Al nivel departamental le corresponde la elaboración de las directrices y orientaciones para el ordenamiento de la totalidad o porciones específicas de su territorio, especialmente en áreas de conurbación con el fin de establecer escenarios de uso y ocupación del espacio de acuerdo con el potencial óptimo del ambiente y en función de los objetivos de desarrollo, potencialidades y limitantes biofísicos, económicos y culturales; definir políticas de asentamientos poblaciones y centros urbanos en armonía con las

políticas nacionales, de tal manera que facilite el desarrollo de su territorio; orientar la localización de la infraestructura física-social de manera que se aprovechen las ventajas competitivas regionales y se promueva la equidad en el desarrollo municipal, concertando con los municipios el ordenamiento territorial de las áreas de influencia de las infraestructuras de alto impacto; integrar y orientar la proyección espacial de los planes sectoriales departamentales, los de sus municipios y territorios indígenas, en concordancia con las directrices y estrategias de desarrollo regionales y nacionales.

En desarrollo de sus competencias, los departamentos podrán articular sus políticas, directrices y estrategias de ordenamiento físico-territorial con los programas, proyectos y actuaciones sobre el territorio, mediante la adopción de planes de ordenamiento para la totalidad o porciones específicas de su territorio.

3. Al nivel metropolitano le corresponde la elaboración de los planes integrales de desarrollo metropolitano y el señalamiento de las normas obligatoriamente generales que definan los objetivos y criterios a los que deben acogerse los municipios al adoptar los planes de ordenamiento territorial en relación con las materias referidas a los hechos metropolitanos, de acuerdo con lo previsto en la Ley 128 de 1994, en la presente ley y en sus reglamentos.

Los planes integrales de desarrollo metropolitano, en su componente de ordenamiento físico-territorial, a partir de un proceso concentrado con las autoridades e instancias de planificación de los municipios que integran la correspondiente área metropolitana y con base en objetivos de desarrollo socioeconómico metropolitano de largo plazo, establecerán las estrategias de estructuración territorial metropolitana e identificarán las infraestructuras, redes de comunicación, equipamientos y servicios de impacto metropolitano a ejecutar en el largo, mediano y corto plazo. En particular deberán contener:

- a) Las directrices físico-territoriales relacionadas con los hechos metropolitanos;
- b) La determinación en planos de la estructura urbano-rural para horizontes de mediano y largo plazo;
- c) La localización de la infraestructura para el transporte, los servicios públicos domiciliarios, los equipamientos y partes de escala metropolitana, así como las áreas de

reserva para la protección del medio ambiente y los recursos naturales y defensa del paisaje y la definición de las directrices para su ejecución u operación cuando se definan como hechos metropolitanos;

d) La definición de políticas, estrategias y directrices para la localización de programas de vivienda de interés social en los diferentes municipios, estableciendo las compensaciones del caso en favor de los municipios donde se localicen;

....

Artículo 80.- Acción urbanística. La función pública del ordenamiento del territorio local se ejerce mediante la acción urbanística de las entidades distritales y municipales, referida a las decisiones administrativas y a las actuaciones urbanísticas que les son propias, relacionadas con el ordenamiento del territorio y la intervención en los usos del suelo. Son acciones urbanísticas, entre otras:

1. Clasificar el territorio en suelo urbano, rural y de expansión urbana.
2. Localizar y señalar las características de la infraestructura para el transporte, los servicios públicos domiciliarios, la disposición y tratamiento de los residuos sólidos, líquidos, tóxicos y peligrosos y los equipamientos de servicios de interés público y social, tales como centros docentes y hospitalarios, aeropuertos y lugares análogos.
3. Establecer la zonificación y localización de los centros de producción, actividades terciarias y residenciales, y definir los usos específicos, intensidades de uso, las cesiones obligatorias, los porcentajes de ocupación, las clases y usos de las edificaciones y demás normas urbanísticas.
4. Determinar espacios libres para parques y áreas verdes públicas, en proporción adecuada a las necesidades colectivas.
5. Determinar las zonas no urbanizables que presenten riesgos para la localización de asentamientos humanos, por amenazas naturales, o que de otra forma presenten condiciones insalubres para la vivienda.
6. Determinar las características y dimensiones de las unidades de actuación urbanística, de conformidad con lo establecido en la presente ley.
7. Calificar y localizar terrenos para la construcción de viviendas de interés social.
8. Calificar y determinar terrenos como objeto de desarrollo y construcción prioritaria.
9. Dirigir y realizar la ejecución de obras de infraestructura para el transporte, los

servicios públicos domiciliarios y los equipamientos públicos, directamente por la entidad pública o por entidades mixtas o privadas, de conformidad con las leyes.

10. Expropiar los terrenos y las mejoras cuya adquisición se declare como de utilidad pública o interés social, de conformidad con lo previsto en la ley.

11. Localizar las áreas críticas de recuperación y control para la prevención de desastres, así como las áreas con fines de conservación y recuperación paisajística.

12. Identificar y caracterizar los ecosistemas de importancia ambiental del municipio, de común acuerdo con la autoridad ambiental de la respectiva jurisdicción, para su protección y manejo adecuados.

13. Determinar y reservar terrenos para la expansión de las infraestructuras urbanas.

14. Todas las demás que fueren congruentes con los objetivos del ordenamiento del territorio.

3.9 SISTEMA INTEGRADO PARA EL REPARTO DE CARGAS Y DE BENEFICIOS

El reparto equitativo de cargas y de beneficios es el tercer principio general de la Ley 388 de 1997, de forma tal que se considera uno de los pilares fundamentales para enmarcar todas las actuaciones sobre el territorio municipal, siendo su cumplimiento requisito primordial para lograr una adecuada aplicación de la misma ley y por tanto, para el cumplimiento de los objetivos que se ha propuesto este ambicioso proceso de ordenamiento territorial que vive Colombia en la actualidad.

Este sistema se basa en dos conceptos básicos:

- Cargas urbanísticas: Se consideran cargas urbanísticas las inversiones en suelos y el suelo mismo comprometido en la realización de los componentes públicos de infraestructura vial, las redes de servicios públicos, los elementos de la estructura ecológica principal, los espacios para parques, zonas verdes públicas y áreas recreativas, los equipamientos públicos y los inmuebles de interés cultural. Igualmente se consideran cargas urbanísticas, los costos asociados a la formulación y gestión de los procesos de

planificación, tanto materiales como sociales y el pago de la participación en plusvalías recaudadas por parte del Municipio.

La valoración de cargas se establece determinando los costos totales en pesos de todas las cargas involucradas en una actuación urbanística o previstos a partir de un instrumento de planeamiento y llevados a puntos de carga que posean una convertibilidad preestablecida y que sea posible actualizarlos a valor presente utilizando el IPC u otros sistemas.

- Beneficios urbanísticos: El Beneficio urbanístico de cualquier inmueble en el suelo urbano o de expansión, lo constituye la generación de potenciales rentas del suelo a partir del otorgamiento de derechos a utilizar aprovechamientos urbanísticos generados por las acciones de planificación derivadas del POT y sus instrumentos complementarios y/o la realización de obras públicas. Tres eventos económicos hacen parte de este concepto de beneficio; la renta del suelo propiamente dicha, las utilidades generadas por la urbanización y las utilidades posibilitadas por la construcción, aparte de los posibles beneficios financieros. De lo anterior se desprenden diferentes tipos de agentes con distintos roles en la participación de estos beneficios potenciales: El Municipio como posibilitador y regulador de los mismos, los propietarios de los suelos, los urbanizadores, los constructores y el sector financiero.

De esta forma, el sistema de reparto de que trata el decreto, establece las formas de distribuir los beneficios generados en proporción equitativa con las cargas aportadas entre diferentes escalas, al tiempo que establece la responsabilidad de aporte de las mismas, de acuerdo a papel que juegan cada uno de los agentes antes mencionados desempeña.

Es decir es sistema de reparto de cargas y beneficios consiste en la movilización de recursos a muy diversos niveles y ámbitos, de forma tal que sin deteriorar las condiciones de habitabilidad de los sectores que generan suficiente capacidad de aporte a cargas urbanísticas, no se limita a dotar los mismos, sino que se transfieren parte de sus cargas,

hacia polígonos que son de urgente atención y que por si mismos no pueden ser financiados con la generación de sus escasos beneficios.

4. MARCO DE REFERENCIA

El modelo prototipo propuesto tiene como objetivo determinar la distribución de personas, de empresas, de equipamientos y de modos de transporte que maximizan una función de utilidad (o minimizan una función de costo social) que es reflejo de los factores de referencia del modelo de ordenamiento actual (POT) y que resume una ponderación de los costos de inversión y de los beneficios-costos sociales esperados en el futuro como consecuencia de las decisiones de ordenamiento que se deben tomar bajo un escenario técnico-económico establecido.

El resultado final será un "Plan Estratégico" de largo plazo que define el "mejor" estado al que puede llegar la sociedad con respecto al uso del suelo, a la ubicación y movilidad de las personas y a la ubicación de infraestructura socio-empresarial en dicho suelo, que satisfaga el ciento por ciento de las demandas de servicios sociales bajo determinadas condiciones de calidad de vida, definidas implícitamente en los escenarios económicos analizados y explícitamente en términos de tiempo medio de acceso y tiempo máximo de acceso a dichos servicios.

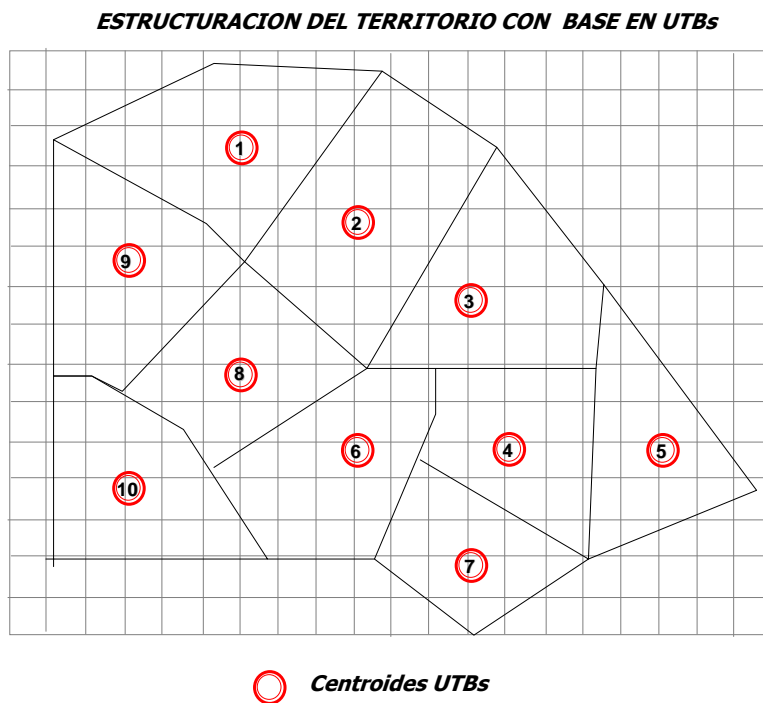
Los conceptos básicos e hipótesis que se trabajarán se especifican a continuación:

4.1. UBICACIÓN ESPACIAL

Para propósito de la modelación es necesario ubicar en el espacio geográfico los elementos que hacen parte del problema. En general se consideran dos tipos de elementos: los asociados a la demanda y los asociados a la oferta, los cuales proviene de dos tipos de agentes: las empresas y las personas. Para propósitos de su ubicación

espacial los agentes se asocian a un espacio (área), denominada unidad básica territorial (UBT), en la que se encuentra el agente, demandante u oferente de servicios y/o productos. Dicho espacio se asocia a una posición puntual en la geografía la cual normalmente coincide con el centroide, o centro de gravedad, de dicho espacio, que debe ser calculado teniendo en cuenta la forma del espacio.

ILUSTRACIÓN 4. ESTRUCTURA DEL TERRITORIO CON BASE A UBTs



Fuente: Decisión Ware Ltd.. Anexo A: Modelación matemática del sistema de soporte de decisiones para la planificación territorial. (2005)

La demanda de las personas se asocia con la distribución espacial de la población, la cual está distribuida en el espacio de acuerdo con los lugares donde habita o trabaja. Como oferentes, las personas ofrecen su capacidad de trabajo, con base en la cual se satisface la demanda de empleo de las empresas. Para satisfacer sus demandas y ofrecer sus servicios, normalmente, las personas se desplazan a los sitios donde se ofrecen los servicios (equipamientos y centros de comercio) o se demandan sus conocimientos (empresas).

Con excepción del espacio público, la oferta de servicios sociales (equipamientos) se asocia con espacios pequeños, no comparables en tamaño con los espacios en donde se encuentra esparcida la demanda de servicios, pero que ocupan parte del espacio de la UBT. Dado que el objetivo no es la localización puntual de los equipamientos, todos se asumen ubicados en el centroide de la UBT donde se encuentran, de tal forma que el problema de determinar cuales demandas atiende un equipamiento se reduce a establecer un árbol de conectividad entre los centroides de oferta de servicios y los centroides de las zonas de demanda.

De manera similar, las empresas ocupen un espacio de la UBT y se asumen ubicadas en el centroide de la donde se UBT encuentran. El conjunto de UBTs deben cumplir con ser colectivamente exhaustivas y mutuamente excluyentes con respecto a la región cuyo ordenamiento se está planificando.

4.2. MODELAMIENTO DEMOGRÁFICO

La población se caracteriza por el nivel de ingresos y por el comportamiento que se deriva de dicho nivel en lo que se refiere a consumo de vivienda, servicios de equipamiento, servicios empresariales y modos de transporte.

La información de entrada necesaria para este modelo permitir caracterizar el comportamiento de las personas por el nivel de ingresos reportados. De tal manera que se obtenga:

- Relaciones entre el ingreso per cápita anual de cada nivel y su respectivo nivel de educación (último nivel de estudio aprobado) considerando que las personas cuentan con educación superior si el título que tienen es técnico, tecnológico, universidad o posgrado.
- Ingreso anual por hogar para cada nivel de ingresos de la población.
- Relaciones entre el ingreso per cápita de cada nivel de ingresos con el sistema educativo y con el sistema de seguridad social

- El empleo se caracteriza por medio de la demanda de empleos cualificados de acuerdo con un conjunto de categorías de empleo de referencia. Cada sector empresarial demandará empleo de las diferentes categorías.
- A cada categoría de empleo se asocia una distribución de ingresos que clasifica al empleado, y a su grupo dependiente, en un determinado nivel de ingresos de la población que depende del escenario de desarrollo económico.

A partir de dicha información es posible generar la demanda de vivienda, la de servicios prestados por los equipamientos y la demanda de viajes en los diferentes modos de transporte.

4.3. SISTEMA ECONÓMICO

El sistema económico regional es el motor del desarrollo del territorio y el mismo se caracteriza por los sectores económicos que demandan espacio, empleo y materias primas y a cambio ofrecen servicios y productos de consumo, parte de los cuales se consumirán en el territorio en estudio y lo restante se exportará a otros territorios foráneos.

El nivel de actividad total de cada sector empresarial representa el nivel de la economía regional. El nivel de actividad se expresa en uni-act (unidades de nivel de actividad) propias de cada sector económico. Por cada uni-act los sectores económicos demandarán espacio ($\text{mts}^2/\text{uni-act}$), en piso y en altura, y empleo calificado ($\text{empleos}/\text{uni-act}$). Esta información se tomará de los resultados arrojados por el modelo económico que se tendrá de base.

4.4. SISTEMA DE EQUIPAMIENTOS

El sistema de equipamientos corresponde a instalaciones orientadas a prestar servicios sociales a los habitantes del territorio. El sistema se soporta en los siguientes conceptos:

- Tipo de Equipamiento: caracteriza el tipo de servicio social cuya demanda atienden los equipamientos de este tipo
- Niveles de Servicio: especifica los niveles de servicio social que se atienden con el equipamiento.

La capacidad para prestar servicios de cada equipamiento se expresa en uni-equi (unidades de equipamiento) especificadas para cada nivel de servicio que presta el equipamiento. Por cada uni-equi los equipamientos demandarán espacio ($\text{mts}^2/\text{uni-equi}$), en piso y en altura, y empleo calificado (empleos/uni-equi).

El empleo se caracteriza por medio de la demanda de empleos calificados de acuerdo con el conjunto de categorías de empleo de referencia. Cada nivel de servicio demandará empleo de las diferentes categorías.

El estado tiene la responsabilidad de garantizar la oferta de ciertos servicios sociales de excelente calidad, además debe ofrecer una infraestructura adecuada para asegurar que toda la población tenga acceso a dichos servicios. Por lo tanto debe garantizar el aprovisionar a la ciudad con instalaciones de forma tal que se minimicen:

- los costos sociales pagados directamente por los usuarios al acceder a los servicios;
- los costos de inversión asumidos por el estado y/o por inversionistas privados.

Dado que estos costos no se pueden minimizar paralelamente, ya que generalmente a menor inversión mayor costo social y viceversa, se debe incluir en el modelaje criterios

que garanticen una solución balanceada, dadas unas condiciones del mercado (demanda y oferta del servicio).

Por lo anterior, el proceso de localización de obras de infraestructura social (equipamientos) implica definir simultáneamente:

- La ubicación de las instalaciones; y
- El área de influencia que será atendida por dicha instalación.

Para definir las relaciones entre oferta y demanda se debe considerar tiempos, o distancias, máximas de acceso al servicio por parte del usuario, especificadas para cada nivel de servicio. Dichas cotas provienen en muchos casos de la ley, en otros de las posibilidades de acceso de los usuarios y en otros de la calidad del servicio que el gobierno desea ofrecer a la sociedad.

4.5. USO DEL SUELO

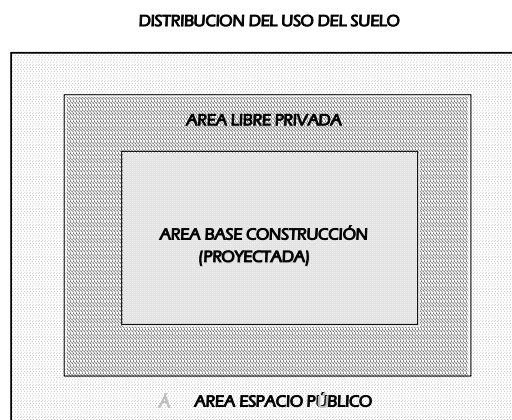
El uso del suelo en una UBT se divide en varios tipos:

- Residencial: espacio ocupado para vivienda
- Empresarial: espacio ocupado por los sectores empresariales
- Equipamientos: espacio ocupado por equipamientos
- Vialidad: espacio ocupado por los sistemas de tráfico

El desarrollo de la construcción para los tres primeros usos se divide en área desarrollada en planta (en piso) y área desarrollada en altura.

Es conveniente notar que el "Espacio Público" se maneja como un tipo de equipamiento que debe atender demandas de servicio por parte de los habitantes del territorio. La distribución del uso del suelo se describe en la siguiente gráfica

ILUSTRACIÓN 5. DISTRIBUCIÓN DEL USO DE SUELO



Para edificaciones en altura se cumple:

$$\text{Área Construida} = \text{Número de Pisos} \times \text{Área Base Construcción}$$

$$\text{Área Predio} = \text{Área Libre Privada} + \text{Área Base Construcción} + \text{Área Espacio Público}$$

Para controlar la relación de área construida versus área ocupada se tienen en cuenta los siguientes índices:

INDICE PARA USO DEL SUELO		
	Indicé	Descripción
ICO_x	Índice de Construcción	Relación entre al área construida de la edificación y el área del predio. Especifico para cada tipo de uso x
IOC_x	Índice de Ocupación	Especifico para cada tipo de uso x
NPM_x	Índice de pisos	Número máximo de pisos que puede tener la edificación. Especifico para cada tipo de uso x .

Estos varían de acuerdo a **x** que representan los tipos de viviendas consideradas

El índice de construcción (ICOx) restringe la relación entre el área construida y el área de predio (espacio en planta), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{Área Construida} / \text{Área Predio (neta o bruta)} \leq \text{Índice de Construcción}$$

El índice de ocupación (IOCx) restringe la relación entre el área base del edificio (área construida proyectada) y el área de predio (espacio en planta), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{Área Base Construcción} / \text{Área Predio (neta o bruta)} \leq \text{Índice de Ocupación}$$

El índice de pisos (NPMx) restringe la relación entre el espacio desarrollado en altura (área construida) y el espacio asociado en la planta (área base de la construcción), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{Área Construida} / \text{Área Base Construcción} \leq \text{Índice de Pisos}$$

4.6. SISTEMAS DE MOVILIDAD MULTIMODAL

El sistema de interconexión que permite la movilidad de personas y de productos a lo largo del territorio se estructura bajo los siguientes conceptos:

- Modos de transporte
- Demanda de servicios de transporte
- Sistemas de tráfico

La conectividad del sistema de movilidad se expresa de la siguiente hipótesis:

- La ubicación de las personas, las empresas y los equipamientos generan viajes de personas por razones de empleo y de demanda de servicios, de las empresas y de los equipamientos. Estos viajes se realizan por diversos modos de transportes, donde la distribución del modo de transporte utilizado por las personas depende del nivel de ingresos a que pertenece la persona que se desplaza.

- Los diferentes modos de transporte se desplazan por diferentes sistemas de tráfico que permiten el desplazamiento del modo de transporte. Los diferentes sistemas de tráfico pueden compartir intersecciones.

El siguiente diagrama presenta el proceso descrito.

ILUSTRACIÓN 6. CONECTIVIDAD SISTEMA DE MOVILIDAD.



4.6.1. MODOS DE TRANSPORTE

Para el transporte de personas y de productos se conceptualizará un sistema multimodal para desplazarse dentro del territorio y desde/hacia zonas vecinas al territorio.

Para realizar los cálculos de flujo equivalente entre modos de transporte, para cada modo de transporte se asume un vehículo prototipo para el modo y para todo el sistema de tráfico, se asume un vehículo prototipo para el sistema.

4.6.2. DEMANDA DE SERVICIOS DE TRANSPORTE

La demanda de servicios de transporte se estructura a partir de la ubicación de las personas, de las industrias y de los equipamientos. A continuación se describe el proceso de generación de demanda de servicios:

- Viajes por razones de empleo: son los que se derivan por razón de la ubicación de las empresas y de los equipamientos en su relación con los sitios de vivienda de las personas. Se caracterizan con base en los modos de transporte que utilizan las diferentes categorías de empleo. Se mide en viajes por persona empleada.

- Viajes por razones de demanda de servicios de los equipamientos: son los que se derivan por razón de la ubicación de los equipamientos en su relación con los sitios de vivienda de las personas. Se caracterizan con base en los modos de transporte que utilizan las personas los que dependen del nivel de ingresos que tiene el cabeza de grupo familiar/social. Se mide en viajes por persona que demanda el servicio.

- Viajes por razones de demanda de servicios de las empresas: son los que se derivan por razón de la ubicación de las empresas que prestan servicios en su relación con los sitios de vivienda de las personas. Se caracterizan con base en los modos de transporte que utilizan las personas los que dependen del nivel de ingresos que tiene el cabeza de grupo familiar/social. Se mide en viajes por persona que demanda el servicio.

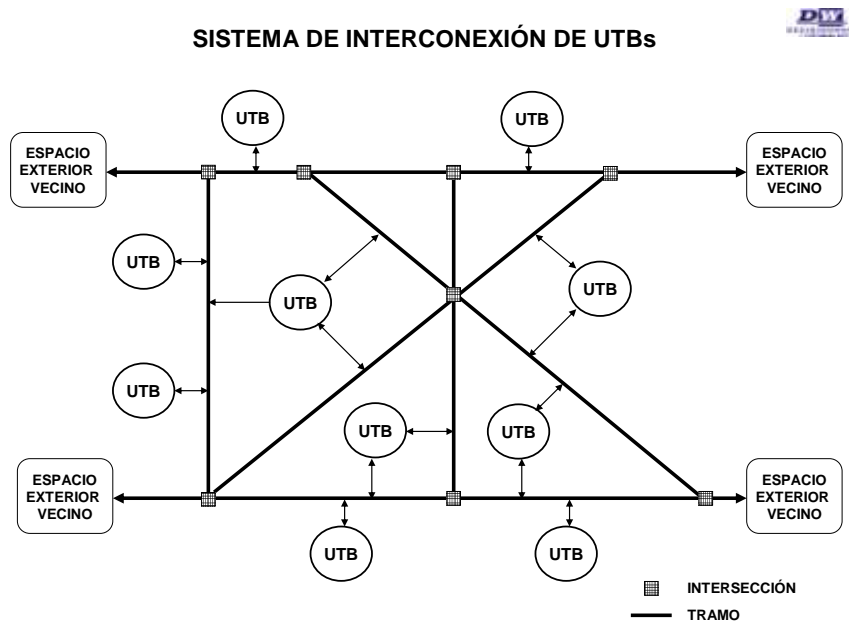
- Viajes por razones de demanda/oferta de productos: son los que se derivan por razón de la ubicación de las empresas debido a su actividad. Se mide en toneladas de carga por unidad del nivel de actividad.

4.6.3. SISTEMAS DE TRÁFICO

La interconectividad que permite la movilidad al interior del territorio (entre UBTs) y con espacios exteriores vecinos (municipios vecinos) se realiza por medio de sistemas de tráfico que pueden soportar uno o varios modos de transporte y que se estructuran con base en corredores viales compuestos por múltiples tramos viales que se interconectan entre sí en las intersecciones del sistema de tráfico. Las UBTs acceden a tramos de los corredores viales de forma tal que es posible describir la movilidad de personas y de productos a lo largo del territorio. Los tramos son direccionados y unen dos intersecciones, una de origen y otra de destino, un tramo de doble vía debe representarse por dos tramos direccionados, uno en cada sentido.

Los sistemas de tráfico pueden estar restringidos en los tramos, en las intersecciones y en su conectividad con las UBTs. La capacidad de flujo se mide en vehículos equivalentes-hora.

ILUSTRACIÓN 7. SISTEMA DE INTERCONEXIÓN DE UBTs



Fuente.: *Decisión Ware Ltd., Anexo A: Modelamiento matemático del sistema de soporte de decisiones para la planificación territorial. (2005)*

Para describir el flujo se utilizan ecuaciones de balance y restricciones de capacidad en los tramos y en las intersecciones.

En los tramos el flujo entrando proveniente de intersecciones y de UBTs debe ser igual al flujo saliendo hacia intersecciones y UBTs, esto es:

En las intersecciones el flujo que entra de tramos viales debe ser igual al flujo que sale hacia otros tramos viales.

$$\sum_{\text{Tramos-Llegando}} \text{Flujo Tramo} \rightarrow \text{Intersección} = \sum_{\text{Tramos-Saliendo}} \text{Flujo Intersección} \rightarrow \text{Tramo}$$

La capacidad de flujo en el tramo indica que el total de flujo entrando, o saliendo, debe ser menor o igual que la capacidad.

$$\text{Flujo Intersección-Origen} \rightarrow \text{Tramo} + \sum_{\text{UBTs}} \text{Flujo UBT} \rightarrow \text{Tramo} \leq \text{Capacidad Tramo}$$

En la intersección la restricción de capacidad indica que el total de flujo, entrando más saliendo, debe ser menor que la capacidad de la intersección.

$$\sum_{\text{Tramos-Llegando}} \text{Flujo Tramo} \rightarrow \text{Intersección} + \sum_{\text{Tramos-Saliendo}} \text{Flujo Intersección} \rightarrow \text{Tramo} \leq \text{Capacidad Intersección}$$

El proceso de movilización de personas y de carga se realiza en dos sentidos: ida y regreso. Se entiende como ida cuando los viajes se realizan en el sentido del origen al destino y de regreso en el sentido contrario. Dada la asimetría de los sistemas de tráfico los dos viajes se pueden realizar por diferente camino.

4.7. PROYECTOS DE INVERSIÓN

Dado el crecimiento acelerado de la población en los países en vía de desarrollo, la inversión en actual y en nueva infraestructura es fundamental para fortalecer el conjunto de equipamientos y de servicios viales que se ofrecen a una comunidad. Los proyectos de expansión de infraestructura brindan la posibilidad de aumentar capacidad de la

infraestructura ya instalada (por medio de ampliaciones o de modernizaciones de la infraestructura actual) o de crear nueva capacidad por medio de nuevas instalaciones. La ubicación "óptima" de la infraestructura y la asignación de recursos estará relacionada con decisiones orientadas a minimizar costos y/o a maximizar beneficios, con el objetivo global de maximizar la utilidad social por cada peso invertido.

La modelación de proyectos de inversión considerará los siguientes tipos:

- Instalación de capacidad adicional
- Desinstalación de infraestructura social
- Modernización de infraestructura social

En cualquiera de los anteriores casos inciden en dos tipos de costos de inversión: fijos y variables. Los costos fijos, CIF, están asociados a la decisión de realizar la inversión mínima requerida para llevar a cabo un proyecto, es decir desarrollar en un punto específico la oferta de servicios sociales; los costos variables, CIV, se causan como consecuencia de instalar una unidad de capacidad q para prestación de servicio(s) asociado(s) a dicho proyecto. La decisión de realizar o no el proyecto puede ser modelada por medio de la variable binaria y , que toma valor de uno (1) si se lleva a cabo el desarrollo del proyecto y de cero (0) en caso contrario. El costo total del proyecto, CI, será igual a

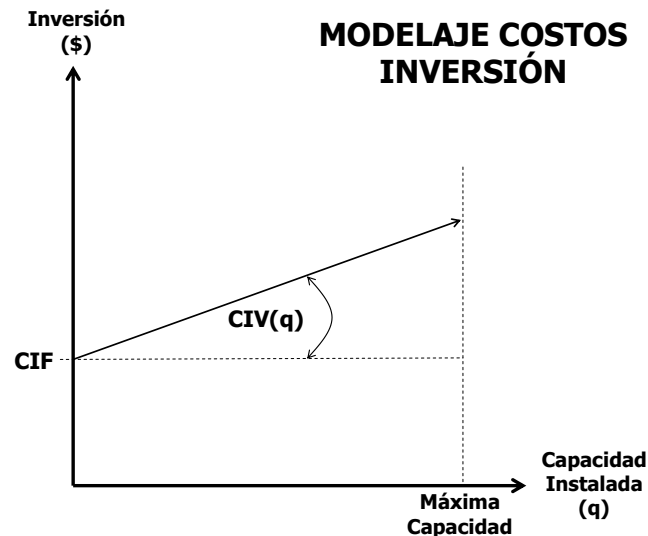
$$CI = y * CIF + q * CIV$$

La capacidad a instalar estará acotada por la máxima capacidad, CQ , que se puede desarrollar en la localidad asociada al proyecto. Para proyectos con capacidad fija, el modelaje se puede realizar asociando un costo de inversión variable igual a cero (0). Para la representación matemática apropiada se deben incluir las siguientes restricciones

$$0 \leq q \leq CQ * y$$
$$y \in \{0, 1\}$$

La siguiente figura presenta el comportamiento de los costos de inversión: a medida que aumenta la capacidad de prestar servicio los costos se incrementan a partir de un valor fijo mínimo de inversión.

ILUSTRACIÓN 8. MODELACIÓN DE COSTOS DE INVERSIÓN



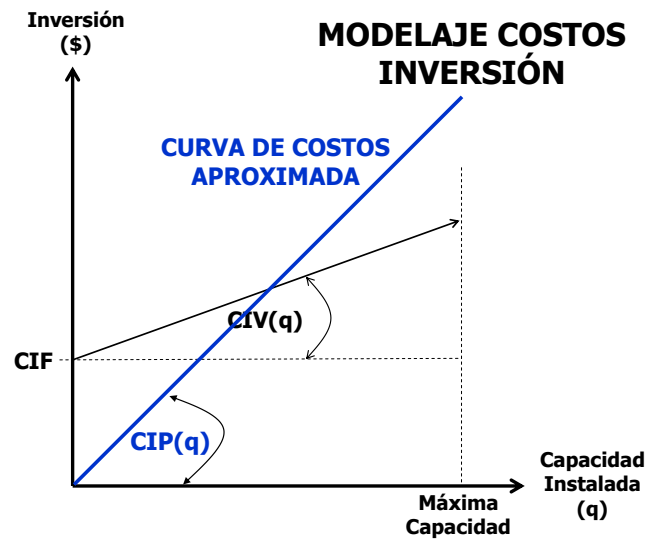
Fuente: Decisión Ware Ltd.. Anexo A: Modelación matemática del sistema de soporte de decisiones para la planificación territorial. (2005)

Dado el costo computacional que implica el uso de variables binarias, que en modelos con gran cantidad de variables puede volverse inmanejable, no permitiendo la solución del problema en tiempos razonables, se implementará una aproximación con base en variables continuas para la capacidad expandida, o creada, con base en un costo promedio por unidad de capacidad adicional. Matemáticamente la inversión queda como

$$CI = q * CIP$$

La siguiente figura presenta el comportamiento de los costos de inversión con base en un costo promedio de instalación.

ILUSTRACIÓN 9. MODELACIÓN DE COSTOS DE INVERSIÓN 2



La principal distorsión de dicha aproximación es que el modelo tenderá a satisfacer la demanda de servicios con base en pequeñas instalaciones en la mayoría de las UBTs, lo que se puede manejar restringiendo las inversiones en equipamiento en cierta UBTs. Sin embargo las señales dadas por el modelo indicarán en que UBTs se debe concentrar las inversiones en equipamientos y vías.

Es posible que en las fases finales del estudio, cuando ya se haya definido un escenario final de referencia, se sustituya la aproximación por el modelaje "exacto", pero ello depende de la complejidad del modelo final.

5. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA ASIGNACIÓN DEL USO DEL SUELO Y SISTEMA DE TRANSPORTE

El modelo representa un problema de programación matemática que se puede resolver para varios escenarios socio-económico que se lleguen a estudiar. Los escenarios que pueden llegarse a plantear serán referenciados por medio del subíndice *m*, de tal forma que cada problema a resolver será referenciado como **POT(m)**: en donde se unen parámetros provenientes del escenario técnico-económico y parámetros provenientes de los sistemas de información del área a la cual se le realizará el estudio.

5.1. ÍNDICES

c	Sector Económico
d	Nivel de Ingresos
e	Equipamiento
g,j	Tramo Vial
h	Vivienda tipo
i,k	Intersecciones Viales
m	Escenario Desarrollo Socioeconómico
n	Nivel de Servicio
p	Curva de tráfico
r	Modos de Transporte
u,v	Unidad Básica Territorial, UBT
w	Categorías Empleo

5.2. CONJUNTOS

CVP	Horas Tráfico
DEP	Niveles Ingresos Población que aceptan Desplazados
DSE(w)	Niveles Ingresos Población por Categoría Empleo
DUT(u)	Niveles Ingresos Población en UBT
DUW(u,w)	Niveles Ingresos Población en UBT por Categoría de Empleo
DVI(h)	Nivel Ingresos Población por Vivienda tipo
ETE	Escenarios Desarrollo Técnico Económico
GP1	UBTs Grupo Población 1
GP2	UBTs Grupo Población 2
ID1(u)	Intersecciones Destino (i) de UBT (primer sentido)
ID2(u)	Intersecciones Destino (i) de UBT (segundo sentido)
IDK(k)	Intersección Destino (i) del Tramo Vial
IDU(u)	Intersecciones Destino (i) de UBT
IK1(k)	Intersección Destino (i) del Tramo Vial (primer sentido)
IK2(k)	Intersección Destino (i) del Tramo Vial (segundo sentido)
IKD(g)	Intersección Destino (k) del Tramo Vial
IKO(g)	Intersección Origen (k) del Tramo Vial
IO1(u)	Intersecciones Origen (i) a UBT (primer sentido)
IO2(u)	Intersecciones Origen (i) a UBT (segundo sentido)
IOU(u)	Intersecciones Origen (i) a UBT
ITD(g)	Intersección Destino (i) del Tramo Vial
ITO(g)	Intersección Origen (i) del Tramo Vial
IVI	Intersecciones Viales (i)
KD1(i)	Intersección Destino (k) del Tramo Vial (primer sentido)
KD2(i)	Intersección Destino (k) del Tramo Vial (segundo sentido)
KDE(i)	Intersección Destino (k) del Tramo Vial
KO1(i)	Intersección Origen (k) del Tramo Vial (primer sentido)
KO2(i)	Intersección Origen (k) del Tramo Vial (segundo sentido)
KOR(i)	Intersección Origen (k) del Tramo Vial
MCA	Modos de Transportes Carga

MDU(u,d) Modos de Transporte por Nivel Ingreso Población por UBT

MIV(i) Modos de Transporte por Intersección

MPE Modos de Transportes Personas

MSE(c) Modos de Transporte para Servicios del Sector Económico

MTR(g) Modos de Transporte por Tramo Vial

MTU(u) Modos de Transporte por UBT

MUB(u) Modos a los que tiene acceso la UBT

MUC(u) Modos Transporte Carga por UBT

MUP(u) Modos Transporte Personas de Quintil desplazados en UBT

NIS Niveles de Servicio

NST(u) Niveles de Servicio por UBT

NSW(w) Niveles de Servicio por Categoría de Empleo

SCA Sectores Económicos con Transporte de Carga

SCE(w) Sectores Económicos por Categoría de Empleo

SEC Sectores Económicos

SGT(u) Sectores Económicos en UBT

SSP Sectores Económicos ofrecen Servicio Población

SST(u) Sectores Económicos ofrecen Servicio Población por UBT

TD2(i) Tramos Viales Doble Vía con Destino a Intersección (i)

TDE(i) Tramos Viales con Destino a Intersección (i)

TIK(k) Tramos Viales conectados a Intersección (k)

TIN(i) Tramos Viales conectados a Intersección (i)

TIU(u,i) Tramos Viales conectados a {Intersección y UBT}

TK2(k) Tramos Viales Doble Vía con Destino a Intersección (k)

TKD(k) Tramos Viales con Destino a Intersección (k)

TKO(k) Tramos Viales con Origen en Intersección (k)

TO2(i) Tramos Viales Doble Vía con Origen en Intersección (i)

TOR(i) Tramos Viales con Origen en Intersección (i)

TU2(u) Tramos Viales Doble Vía conectados a UBT

TUS(u) Tramos Viales conectados a UBT

TUT(u) Tramos Viales con espacio asignado a UBT

TV2 Tramos Viales Doble Vía

TVI	Tramos Viales
U1D(i)	UBTs Destino de Intersección (primer sentido)
U10(i)	UBTs Origen de Intersección (primer sentido)
U2D(i)	UBTs Destino de Intersección (segundo sentido)
U20(i)	UBTs Origen de Intersección (segundo sentido)
UAL	UBTs con Industria solo en Altura (Oficinas)
UAR	UBTs Permiten Cambios Infraestructura y Aporta Área de Espacio Público
UBD	UBTs Restricción Densidad Construcción por Área
UBI	UBTs Restricción de Área Índice de Construcción
UBS	UBTs (v)
UBT	UBTs
UC1	UBTs grupo UV1 que permiten construcción de industria
UCE	UBTs con Equipamiento solo Construcción
UCI	UBTs con Sectores Económicos
UCO	UBT Aportan en Área
UCP	UBTs con sectores Económicos en Piso y/o Altura
UCV	UBTs solo Construcción Vivienda
UDE	UBT Construcción y/o Demolición Equipamiento
UDP	UBT con Nivel de ingresos Población Dentro de Estas
UDV	UBT Construcción y/o Demolición Vivienda
UDZ	Unidades Básicas Territoriales que Aceptan Desplazados
UE1	UBTs grupo UV1 que permiten Equipamientos
UEG	UBTs con Espacio Público Global
UEQ	UBTs Permite Equipamientos
UET(g)	UBTs conectadas al Tramo Vial
UIX	UBTs que permiten cambios en Vivienda tipo
UNE	UBTs que no permiten Equipamientos
UNS	UBTs que no permiten Industria
UNV	UBTs que no permiten Vivienda
USO	UBTs con Servicios Económicos
UST(g)	UBTs conectadas al Tramo Vial
UT1	UBTs con Vivienda y/o con Equipamientos

UT2	UBTs con Vivienda y/o con Industria
UTO	UBTs que permiten cambios en cualquier Infraestructura
UTX	UBTs grupo UV1 con Vivienda y/o Equipamientos y/o Industria
UTY	UBTs grupo UV1 con Equipamientos y/o Industria
UV1	UBTs grupo UV1 con Vivienda en
UVD	UBTs Permiten Cambios y con Vivienda Restringidos x Índice de densidad
UVI	UBTs con Vivienda
VIU(u)	Tipos de Vivienda en UBT
WCE	Categorías de Empleo
WSE(c)	Categorías de Empleo por Sector Económico
WUB(u)	Categorías de Empleo que habitan en UBT

5.3. PARÁMETROS

AEB_{u,n}	Área inicial base equipamientos en altura por UBT
AEE_{u,n}	Área total construida en UBT por nivel de servicio
AIA_{c,u}	Área total inicial construida por sector económico c por UBT
AIB_{c,u}	Área inicial base sectores económicos en altura por UBT
AIP_{c,u}	Área inicial planta sectores económicos por UBT
AMAI_u	Área máxima en sectores económicos que puede instalarse en UBT
AREA_u	Área total UBT
ASJ_u	Área espacio público global inicial asignado en la UBT
ASL_u	Área espacio público local inicial asignado en la UBT
ASP_m	Área espacio público por asignar inicial
ATS_u	Área inicial vías secundarias por UBT
ATVH_m	Área requerida por escenario
AVA_{u,h}	Área construida viviendas tipo h existentes inicialmente en UBT u
AVB_{u,h}	Área construida base viviendas tipo h existentes inicialmente en UBT u
CAAS_{t,c}	Costo construcción área altura por sector económico por UBT
CAEE_{t,n}	Costo construcción por nivel de actividad n en UBT

CAJS_t	Costo construcción espacio público global en UBT
CAVS_t	Costo construcción área vías secundarias en UBT
CCCI_{t,i}	Costo aumentar la capacidad de intersección i en
CDEP_t	Costo demolición de equipamiento
CIE_{u,n}	Capacidad inicial construida por equipamiento en UBT
CII_i	Capacidad en viajes de vehículos intersección i venida para flujo p
CIT_g	Capacidad en viajes vehículos inicial en tramo g de venida para flujo p
CSPU_{t,u}	Costo área lote en UBT
CVIC_{t,h}	Costo construcción tipo vivienda
DEEQ_{t,m,n}	Demanda equipamiento por escenario desarrollo
DEIA_c	Demanda espacio en altura por sector económico
DEIP_c	Demanda espacio en piso por sector económico
DEMO_{t,m,w,c}	Demanda empleos por sector económico por escenario desarrollo
DEQA_n	Demanda espacio altura para nivel de servicio
DESE_{m,c}	Demanda servicios sector económico por escenario desarrollo
DVSE_n	Demanda vías secundarias por capacidad equipamiento
DVSI_{c,r}	Demanda vías secundarias por actividad sector económico por modo transporte
DVSV_h	Demanda vías secundarias por construcción vivienda
DVSW_c	Demanda por empleados sectores económicos de área vías secundarias
FAEQ_u	Factor aporte espacio público local por equipamientos construidos por UBT
FAES_u	Factor aporte espacio público local por construcción sectores económicos por UBT
FAEV_u	Aporte espacio público local por viviendas construida por UBT
FCIA_{t,u}	Factor carga construcción área sectores económicos en UBT
FIEE_{p,w,c}	Fracción viajes ida empleo sectores económico (w,c) por hora
FIEQ_{p,n}	Fracción viajes ida demanda equipamiento por hora
FREQ	Fracción viajes regreso demanda equipamiento por hora
FPAE_{t,m}	Factor económicamente activa empleados (hab/empleo)
FREE_{p,w,c}	Fracción viajes regreso empleo sectores económico (w,c) a la hora p
ICOE_u	Índice construcción equipamiento
ICOI_u	Índice construcción sectores económicos

ICOV_u	Índice construcción vivienda para UBT
IDEV_u	Índice densidad de construcción en la UBT
INA_{c,u}	Nivel actividad inicial sector económico por UBT
IOCE_u	Índice ocupación equipamientos en UBT
IOCI_u	Índice de ocupación para sectores económicos en la UBT
IOCV_u	Índice ocupación vivienda para UBT
IOVX_{r,p}	Índice de ocupación por modo transporte por hora (viaje/veh-m)
LOTV_g	Longitud tramo vial
MEPL_u	Espacio público local mínimo
MEPU_m	Meta espacio público por persona
NACI_{t,m,c}	Nivel actividad sector económico por escenario desarrollo
NPED_d	Número personas dependiente por empleado con ingresos propios del nivel de ingresos. (hab/empleo)
NPEI_d	Inverso del número personas dependiente por empleado. (hab/empleo)
NPME_u	Número máximo pisos edificios equipamiento por UBT
NPMI_u	Número máximo pisos edificios sector económico por UBT
NPMV_u	Número máximo pisos edificios vivienda por UBT
PMAX_u	Cantidad máxima personas por UBT
PNDU_{t,d}	Población neta que entra por desplazamiento forzado
POBM_{t,m}	Población total proyectada en grupo de población uv1
POBR_{t,m}	Población total proyectada en grupo de población uv2
VEQU_r	Vehículos equivalentes por vehiculo modo
VISV_{i,r}	Viajes vehículos modo entrando sistema tráfico por intersección por modo
VSSV_{i,r}	Viajes vehículos modo saliendo del sistema tráfico por intersección por modo
AERA_u	Inverso de área total UBT
CVII_{i,k,r}	Longitud tramo (intersección - intersección)
CVIU_{u,i,r}	Longitud media tramos (UBT- intersección)
DAPO_{h,d}	Demanda espacio vivienda por cabezas de familia por nivel de ingresos
FCIC_{t,u,c}	Aporte construcción área piso de edificaciones industriales
FCIP_{t,u}	Factor carga construcción área piso de sectores económicos en UBT
FEPD_{t,w,d,m}	Fracción empleos por personas dependientes
FIWE_{p,n}	Fracción viajes , por hora de viaje, de demanda equipamientos

FIWQ_{p,c}	Fracción de viajes, por hora de viaje, de demanda de servicios de sector económico
FRWE_{p,n}	Fracción viajes, por hora de viaje, de demanda equipamientos
FRWQ_{p,c}	Fracción viajes, por hora de viaje, de demanda foránea de servicios de sectores económicos.
FVIC_{t,u,h}	Factor de carga para construcción de vivienda tipo h en la UBT
LVIU_{u,i}	Longitud media tramos (UBT-intersección)
MEPT_{t,m}	Meta espacio público total
POBT_{t,m}	Población total

5.4. VARIABLES

AEB_{t,u,n}	Área base construcción equipamiento por UBT
AEE_{t,u,n}	Área total construida por nivel de servicio por UBT
AEF_{t,u,n}	Área libre privada de equipamiento por nivel de servicio por UBT
AEL_{t,u,n}	Área total por nivel de servicio por UBT
AES_t	Área espacio público global
AIA_{t,u,c}	Área total construida por sector económico por UBT
AIB_{t,u,c}	Área base construida por sector económico por UBT
AIF_{t,u,c}	Área libre privada por sector económico por UBT
AIL_{t,u,c}	Área asignada por sector económico por UBT
AIP_{t,u,c}	Área base plantas construida por sector económico por UBT
ASJ_{t,u}	Área espacio público global
ASL_{t,u}	Área espacio público local
ATP_{t,u}	Área vías principales por UBT
ATS_{t,u,h}	Área vías secundarias por UBT
AVA_{t,u,h}	Área construida por tipo vivienda por UBT
AVB_{t,u,h}	Área base por tipo vivienda por UBT
AVF_{t,u,h}	Área libre privada por tipo vivienda por UBT

AVL_{t,u,h}	Área lotes vivienda por tipo vivienda por UBT
CCE_{t,u,c}	Expansión sectores económicos por UBT
CCI_{t,i}	Expansión capacidad intersección
CEB_{t,u,n}	Área base construcción equipamientos por UBT
CEPOR_{t,u,n}	Expansión capacidad equipamiento por UBT
CIB_{t,u,c}	Área base construcción sectores económicos por UBT
CIC_{t,u,c}	Expansión área construida sectores económicos por UBT
CID_{t,u,c}	Demolición área construida sectores económicos por UBT
CIE_{t,u,n}	Capacidad instalada equipamientos por UBT
CII_{t,i}	Capacidad vehículos intersección
CIP_{t,u,c}	Área base construida sectores económicos (planta) por UBT
CIT_{t,g}	Capacidad vehículos intersección
CQC_{t,u,n}	Expansión área construida equipamientos por UBT
CQD_{t,u,n}	Demolición área construida equipamientos por UBT
CSJ_{t,u}	Expansión área espacio público global
CSL_{t,u}	Expansión área espacio público local
CTI_{t,g}	Expansión capacidad tramo
CVB_{t,u,h}	Expansión área base por vivienda tipo por UBT
DAE_{t,u,v,n}	Demanda servicios equipamiento e de UBT u atendidos en UBT v
DAR_{t,u}	Déficit área UBT
DAS_{t,u,c,v,r}	Demanda servicios de sectores económicos s generada en UBT u atendidos en la UBT v
DDP_{t,u}	Violación densidad población
DEB_{t,u,n}	Demolición área base equipamientos por UBT
DEE_{t,u,c,w}	Empleados que se desplazan hacia UBT
DEP_{t,u,c,w}	Déficit en meta de área espacio público global
DES_{t,u,c}	Empleados que se desplazan desde UBT
DEU_{t,u,c,w}	Empleados que se quedan trabajando en UBT
DFE_{t,u,n}	Demanda servicios equipamiento no atendida por UBT
DFM_{t,u,c,w}	Demanda empleos no atendida por sector económico por UBT
DFS_{t,u,c}	Demanda servicios económicos no atendida por UBT
DIB_{t,u,c}	Demolición área base edificios sectores económicos por UBT

DIP _{t,u,c}	Demolición área base plantas construida por sector económico por UBT
DPE _{t,u,n}	Demanda servicios equipamiento atendida en UBT
DPS _{t,u,c}	Demanda servicios económicos atendida en UBT
DQE _{t,u,n}	Empleados por nivel servicio desplazan hacia UBT por modo de transporte
DQS _{t,u,n}	Empleados por nivel servicio desplazan fuera UBT por modo de t transporte
DSL _{t,u}	Déficit espacio local por UBT
DSM _{t,u,w}	Desempleados por categoría empleo por UBT
DSP _t	Déficit área espacio público global
DTD _{t,u,d}	Población no asociada a empleados
DVB _{t,u,h}	Demolición área base por vivienda tipo por UBT
DVP _{t,u}	Expansión área vías primarias
DVS _{t,u}	Expansión área vías secundarias
DWE _{t,u,n}	Demanda servicios equipamientos en UBT
DWS _{t,u,c}	Demanda servicios económico en UBT
DPORS _{t,u,w}	Empleados desplazándose desde UBT
DYE _{t,u,n}	Demanda foránea servicios equipamiento atendida en UBT
DYS _{t,u,c}	Demanda foránea servicios económicos atendida en UBT
IEE _{t,u,r,p}	Viajes ida de empleados llegando a UBT
IES _{t,u,r,p}	Viajes ida de empleados saliendo de UBT
IEPOR _{t,u,c}	Nivel actividad sectores económicos exportado por UBT
INA _{t,u,c}	Nivel actividad sectores económicos por UBT
IWE _{t,u,c}	Viajes ida por demanda equipamiento saliendo de UBT
IWS _{t,u,r,p}	Viajes ida por demandas servicios económicos saliendo de UBT
IYE _{t,u,r,p}	Viajes ida por demanda equipamiento llegando a UBT
IYS _{t,u,r,p}	Viajes ida por demandas servicios económicos llegando a UBT
MCE _{t,u,c}	Decrecimiento sector económico por UBT
NVU _{t,u,c}	Número de viviendas por vivienda tipo por UBT
PND _{t,u,d}	Población desplazada por UBT
PTD _{t,u,d}	Población por nivel de ingresos por UBT
PTQ _{t,u,w,d}	Empleados sectores económicos por categoría de empleo w nivel de ingresos por UBT

PTU _{t,u,w}	Empleados por categoría en viviendo en UBT
PWT _{t,w}	Población por categoría de empleo w
REE _{t,u,r,p}	Viajes regreso de empleados saliendo de UBT
RES _{t,u,r,p}	Viajes regreso de empleados llegando a UBT
RWE _{t,u,r,p}	Viajes regreso por demanda equipamiento llegando a UBT
RWS _{t,u,r,p}	Viajes regreso por demanda servicios económicos saliendo de UBT
RYE _{t,u,r,p}	Viajes regreso por demanda equipamiento saliendo de UBT
RYS _{t,u,r,p}	Viajes regreso por demanda servicios económicos llegando a bt
VAI _{t,u,r,p}	Viajes totales ida llegando a UBT
VAR _{t,u,r,p}	Viajes totales regreso llegando a UBT
VGI _{t,u,r,p}	Viajes totales ida saliendo de UBT
VGR _{t,u,r,p}	Viajes totales regreso saliendo de UBT
VGU _{t,u,r}	Viajes totales generados por UBT por modo transporte
VIC _{t,u,h}	Expansión área construida por vivienda tipo en UBT
VID _{t,u,h}	Demolición área construida por vivienda tipo en UBT
VII _{t,i,k,r,p}	Vehículos de intersección a intersección
VIT _{t,i,r,p}	Vehículos fluyendo (entrando/saliendo) en intersección
VIU _{t,u,i,r,p}	Vehículos saliendo de intersección a UBT
VUI _{t,u,i,r,p}	Vehículos saliendo de UBT a intersección

5.5. RESTRICCIONES

El cuerpo del modelo **POT(m)**, está compuesto por las restricciones que a continuación se describen. **POT(m)** considera para cada escenario **m** y para cada periodo **t** del horizonte de planificación las siguientes restricciones.

5.5.1. USO DEL SUELO

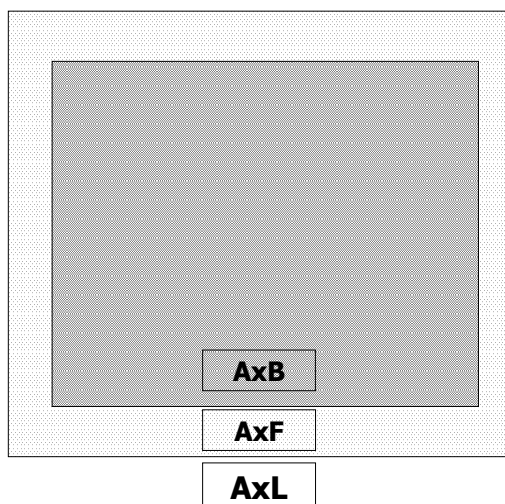
DINÁMICA TERRITORIAL

Las siguientes ecuaciones permiten modelar la asignación de uso del suelo de acuerdo con las demandas de espacio de diferentes tipos que se deben atender con este recurso básico. El espacio se distribuye en cuatro tipos de uso del suelo: vivienda, sectores económicos, equipamientos y espacio público. Con excepción del espacio público el desarrollo del suelo se puede dar de dos formas: en edificios en altura o en construcciones de un solo piso (caso industrial).

El desarrollo de edificios implica asignar el área del lote total (variables **AxL**, **x** representa un carácter comodín igual a: **V** para vivienda, **I** para sectores económicos y **E** para equipamientos), el área base de construcción del edificio (área construida proyectada, **AxB**) y el área no construida (**AxF**). El desarrollo de construcciones de un sólo piso, implica la asignación del área del lote (**AxP**). En vivienda y equipamientos sólo se considera construcción en edificios. Por lo tanto se debe cumplir:

$$\mathbf{AxL} = \mathbf{AxF} + \mathbf{AxB}$$

ILUSTRACIÓN 10. PROYECCIÓN DEL SUELO



El área construida en edificios se define como **AxA**.

Para la modelación de las áreas construidas en edificio se tuvieron en cuenta las regulaciones importantes en torno a este tema presenta en el POT de la ciudad de Medellín. Estas regulaciones fueron tenidas en cuenta para todos los modelos, vivienda, sectores económicos y equipamientos

A continuación se presenta las regulaciones tenidas en cuenta y como fueron estas representadas:

- Índice de construcción (**ICOx**): Está constituido por un coeficiente que expresa la superficie máxima permitida de construcción en un lote. Equivale a utilizar la siguiente fórmula:

$$AxA \leq ICOx AxL$$

- Índice de ocupación (**IOCx**): Es el porcentaje de ocupación en construcción en un lote, resultante de descontar de la superficie total, los retiros laterales de frente y de fondo establecidos en las normas para cada UBT de la ciudad.

$$AxF \leq (1-IOCx) AxB$$

- Densidad permitida (**IDEx**): Es la cantidad de área lote utilizada en construcciones por unidad de área neta de terreno utilizado.

$$AxA \leq IDEx AxL$$

- Número de pisos permitidos (**NPMx**): Es el número de pisos máximo asignados en cada UBT tomados por el frente del predio, partiendo del nivel del andén y manteniéndose en forma constante sobre el nivel natural del terreno.

$$AxA \leq NPMx AxB$$

El espacio público se divide en espacio para: vías primarias (**ATP**), vías secundarias (**ATS**), espacio público local (**ASL**) y espacio público global (**ASJ**). En la gráfica siguiente se puede ver la distribución del suelo existente.

ILUSTRACIÓN 11. DISTRIBUCIÓN DE SUELOS

VIVIENDAS	SECTORES ECONÓMICOS	EQUIPAMIENTO	ESPACIO PÚBLICO
AVL	AIL	AEL	ATP (Vías Primarias)
			ATS (Vías Secundarias)
	AIP		ASL (Espacio Público Local)
	ASJ (Espacio Público Global)		

En **POT(m)** cada unidad territorial a modelar recibe el nombre de Unidad Básica Territorial **UBT**, así, el área de la **UBT** debe dividirse en las anteriores áreas debiéndose cumplir:

$$\mathbf{AVL + AIL + AIP + AEL + ATP + ATS + ASL + ASJ \leq AREA}$$

donde **AREA** representa el área asignable de la **UBT**.

- **SDIS_{t,u}**

Disponibilidad de suelo en UBT: La asignación de espacio dentro de la UBT debe tener en cuenta el área total disponible dentro de ésta; de tal manera que el área en piso de todos

los elementos que se distribuyen en ella, viviendas, equipamientos, industrias, espacio público y vías, no debe superar el área total de la UBT.

Sumatoria del área piso asignada a todos los tipos de vivienda en la UBT u + Sumatoria del área lote asignada de sector económico en la UBT u (para construcciones de solo un piso) + Sumatoria de áreas lote de sectores económicos (para construcciones de varios pisos) en la UBT u + Sumatoria área lote asignada en la UBT u para el nivel de servicio + Área en vías principales en la UBT u + Área en vías secundarias en la UBT u + Asignación de espacio público local dentro de la UBT u + Asignación de espacio público global u ≤ Área total en la UBT u

$$\sum_{h \in VIU(u)} \mathbf{AVL}_{t,u,h} + \sum_{c \in SGT(u)} \mathbf{AIL}_{t,u,c} + \sum_{c \in SGT(u)} \mathbf{AIP}_{t,u,c} + \sum_{n \in NST} \mathbf{AEL}_{t,u,n} + \mathbf{ATP}_{t,u} + \mathbf{ATS}_{t,u} + \mathbf{ASL}_{t,u} + \mathbf{ASJ}_{t,u} + \mathbf{DAR}_{t,u} \leq \mathbf{AREA}_u + \forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UBT}$$

5.5.2. DINÁMICA DE ESPACIO PÚBLICO

El espacio público es el conjunto de inmuebles públicos y los elementos arquitectónicos y naturales de los inmuebles privados destinados por naturaleza, usos o afectación a la satisfacción de necesidades urbanas colectivas que trascienden los límites de los intereses individuales de los habitantes (DECRETO 1504 DE 1998). En este modelo se considera como espacio público el de carácter permanente, conformado por zonas verdes, parques, plazas y plazoletas.

Para mejorar la calidad de vida, se debe garantizar que las personas posean un área mínima dedicada a esparcimiento, diferente al área privada que estas poseen; idea que es legislada por los organismos de planeación. Por lo tanto se hace necesario asignar un espacio público mínimo por persona (MEPU) que debe existir dentro de la UBT de residencia. Dadas las condiciones iniciales de espacio de las UBT, es probable que el área

demandada por la población residente en ella (MEPL) no pueda ser asignada dentro de ésta, por lo tanto se hace necesario ubicar estas zonas en otras UBTs donde exista espacio disponible. A la asignación de espacio público dentro de una UBT demandado por otra UBT se denomina "Espacio Público Global" (ASJ).

El área para espacio público no solo es el resultado de aportes de terrenos del gobierno, la legislación actual estipula que las nuevas construcciones deben ceder una porción del espacio total de construcción como espacio público. Cuando la nueva construcción proviene de demoliciones es probable que ya se hallan realizados los aportes en área para espacio público, para lo cual, teniendo en cuenta la propuesta de cargas y beneficios, se considera la opción que los aportes en área se traduzcan en dinero que serían destinados en el modelo en la construcción del espacio público y equipamiento.

- **DASJ_{t,u}**

Dinámica espacio público global: Por medio de esta ecuación se determinada la dinámica del espacio público global dentro de las UBT que tienen disponibilidad de ceder terrenos con este objeto, teniendo en cuenta el espacio público global inicial y las expansiones que de éste sean demandadas

Asignación de espacio público global dentro de la UBT u= Asignación de espacio público global dentro de la UBT u en el periodo anterior + Expansiones de espacio público global dentro de la UBT u

$$\mathbf{ASJ_{t,u} = ASJ_{t-1,u} + CSJ_{t,u}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UEG}$$

- **DASL_{t,u}**

Dinámica espacio público local: Por medio de esta ecuación se determinada la dinámica del espacio público local dentro de las UBT, teniendo en cuenta las asignaciones iniciales y las expansiones realizadas. Dado que solo se pueden realizar expansiones de espacio público local dentro de aquellas UBT con espacio disponibles esta restricción se aplica solo para estas UBTs.

Asignación de espacio público local dentro de la UBT = Asignación de espacio público local dentro de la UBT en el periodo anterior + Expansiones de espacio público local dentro de la UBT

$$\mathbf{ASL_{t,u} = ASL_{t-1,u} + CSL_{t,u}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UAR}$$

- **AELA_{t,u}**

Aportes Espacio Público: El nuevo espacio público ubicado dentro de una UBT es el resultado de aportes realizados por las nuevas construcciones. Las construcciones ceden un porcentaje de su terreno con este fin. El porcentaje depende del tipo de construcción que se realice, es decir si es industrial, para equipamientos o vivienda y depende de la UBT. Esta ecuación solo se constituye válida para UBT en las que los aportes se hacen en Área.

Expansiones de espacio público local en la UBT u = Aporte de área al espacio público por el área construida para todos los vivienda tipo h dentro de la UBT u + Aporte de área al espacio público por el área construida para los niveles de servicio dentro de la UBT u + Aporte de área al espacio público por el área construida de sectores económico en la UBT

u

$$\mathbf{CSL_{t,u} = \sum_{h \in \mathbf{VIU}(u)} \mathbf{FAEV}_u \mathbf{VIC}_{t,u,h} + \sum_{n \in \mathbf{NST}(u)} \mathbf{FAEQ}_u \mathbf{CQC}_{t,u,n} + \sum_{c \in \mathbf{SGT}(u)} \mathbf{FAES}_u \mathbf{CIC}_{t,u,c}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UAR}$$

- **AEPP_{t,m}**

Meta de espacio público para la ciudad por escenario. Por medio de esta restricción se establece la meta de espacio público de la ciudad, que viene dada por la multiplicación del número total de personas existentes y el parámetro de espacio público mínimo por persona. Para su cumplimiento se debe considerar las asignaciones totales de espacio público, ya sea como espacio público local o global. Dado que a mejores condiciones económicas, (es decir, diferente escenario macroeconómico), las personas demandan mejores condiciones de calidad de vida, el mínimo de espacio público por persona debe variar con lo cual también la meta.

Asignación de espacio público local dentro de la UBTs + Asignación de espacio público global dentro de la UBTs ≥ Meta de espacio Público por escenario

$$\sum_{u \in UEG} \mathbf{ASJ}_{t,u} + \sum_{u \in UAR} \mathbf{ASL}_{t,u} \geq \mathbf{MEPT}_{t,m}$$

$$\forall t \in \{1, T\}$$

- **AEPM_{t,u}**

Espacio público local mínimo por UBT. Dado que en una UBT pueden realizarse construcciones de todo tipo, vivienda, industria o equipamiento, se hace necesario establecer un mínimo de espacio público existente en ésta. Por medio de esta restricción se indica el mínimo espacio público que debe ser asignado dentro de la UBT; dado que no exista espacio disponible existirá un déficit caracterizado por un alto costo. Así, se pretende garantizar que, dado que exista espacio disponible, éste sea asignado prioritariamente como espacio público local.

Asignación espacio público local en la UBT u + Déficit de espacio público local en la UBT u ≥ Mínimo de espacio público permitido en UBT u

$$\mathbf{ASL}_{t,u} + \mathbf{DSL}_{t,u} \geq \mathbf{MEPL}_u$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UBT}$$

5.5.3. MODELO DE POBLACIÓN

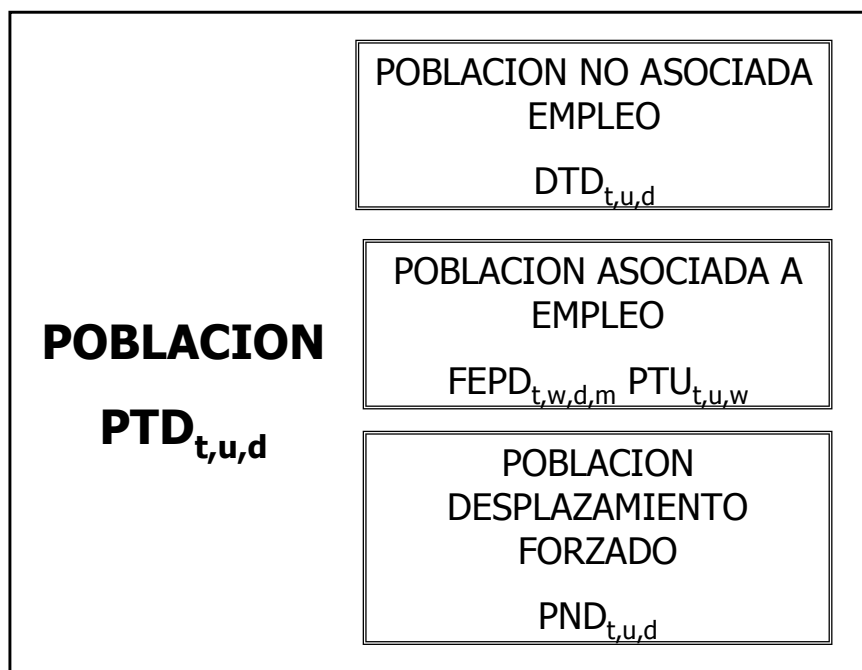
La dinámica de una ciudad no solo encierra las variables y factores propios de su territorio, para las urbes actuales se da una interacción constante con el territorio metropolitano. Es así como resulta comun ver el intercambio de personas, bienes y servicios entre una ciudad y el territorio metropolitano; de tal forma que los municipios pertenecientes a estas áreas casi se ven físicamente como zonas de la ciudad. Ante esto, se debe pasar de una planificación convencional sectorizada hacia una planificación de unidades regionales integradas, que incluyen sistemas naturales y culturales estrechamente relacionados funcionalmente. Para el modelo de población propuesto se planteó la existencia de dos grupos diferentes de UBT. Un primer grupo (UV1) tiene en cuenta las UBTs originadas por la división de una ciudad, y un segundo grupo (UV2), formado por los municipios con los cuales la ciudad presenta una interacción constante y flujo de personas, productos y servicios. La modelación del segundo grupo, se hará de forma agregada y estableciendo algunas condiciones particulares.

Los escenarios económicos al establecer las condiciones de la ciudad ante diferentes perspectiva, arrojan la demanda de empleos por categoría que debe existir para establecer un determinado escenario económico, para el grupo UV1 de población ($POBM_{t,m}$); y para el grupo UV2 se estimaran unos datos iniciales ($POBR_t$)

Dentro del flujo de población que caracteriza la urbanización del territorio en Colombia, se tiene el originado por el desplazamiento forzado. El desplazamiento, según un estudio de la Consultoría para los Derechos Humanos y el Desplazamiento CODHES, es una realidad nacional y no solo un problema que se presenta en algunas zonas. La población desplazada entra a las ciudades en la pobreza más abrupta con pocos o nulos recursos económicos. Dada las características de esta problemática y teniendo en cuenta que se debe velar por esta población, se integra el flujo de cabezas de familias desplazadas ($PNDU_{t,d}$) que vendrán a demandar viviendas, servicios y transportes.

La población total por nivel de ingresos ($PTD_{t,u,d}$), entonces, ésta formada por los desplazados y la población de la ciudad y municipios aledaños, pero solo las dos últimas irán a integrar los empleados demandados por los sectores económicos ($PTU_{t,u,w}$). La composición de la población total por nivel de ingresos puede ser apreciada en la gráfica siguiente:

ILUSTRACIÓN 12. COMPOSICIÓN DE LA POBLACIÓN



El modelo debe buscar una distribución de la población evitando las economías de aglomeración (a mayor concentración espacial, menores costos de producción), que en un principio presentan ventajas tanto en la provisión de servicios públicos como en el desarrollo privado de industrias, pero que a largo plazo pueden desatar graves problemas. Este crecimiento desproporcionado de una ciudad y la concentración en determinadas zonas puede conducir a deseconomías en el transporte y generar problemas ambientales (ANRIQUEZ, FOSTER y MELO, 2003). Por lo tanto, se establecerán restricciones a la cantidad de personas que puedan vivir dentro de una UBT (P_{MAX_u}).

Las siguientes ecuaciones permiten modelar la asignación de población y empleados en las UBTs.

- **BTPO_{t,u,d}**

Población por nivel de ingresos en UBT: Por medio de esta ecuación se asigna la población por nivel de ingresos teniendo en cuenta la población de la ciudad (escenario **m**), y municipios aledaños, (que resulta de la multiplicación de los empleados por el número promedio de personas por familia, este ultimo es externo y proviene del modelo de sectores económicos), la población desplazada y la no asociada a empleo.

Población por nivel de ingresos d en la UBT u= Población total asociada a empleo en la UBT u en el nivel de ingresos d+ Población desplazada en la UBT u en el nivel de ingresos d + Población no asociada a empleo en la UBT u en el nivel de ingresos d

$$\mathbf{PTD}_{t,u,d} = \sum_{w \in \mathbf{WDE}(d)} \mathbf{FEPD}_{t,w,d,m} \mathbf{PTU}_{t,u,w} + \mathbf{PND}_{t,u,d} + \mathbf{DTD}_{t,u,d}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVI} \quad \forall d \in \mathbf{DUT}(u)$$

- **DFOR_{t,d}**

Asignación de población desplazada en la UBT. Por medio de esta restricción se integran las cabezas de familia originadas por el desplazamiento forzado dentro del modelo. Esta se encuentra ligada a cada nivel de ingresos y se distribuye dentro determinadas UBTs caracterizadas por la recepción de este tipo de familias. Por lo tanto, esta ecuación solo aplica para el nivel de ingresos determinados para los desplazados

Sumatoria de la población de todas las UBT que reciben desplazados en el nivel de ingresos d para desplazados = Desplazados entrantes en el periodo por nivel de ingresos d para desplazados

$$\sum_{u \in \mathbf{UDZ}} \mathbf{PND}_{t,u,d} = \mathbf{PNDU}_{t,d}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall d \in \text{DEP}$$

- **POBT_t**

Balance de población para UV1: Esta restricción establece la población total que entra al modelo, por escenario económico, para el grupo UV1. Está debe ser distribuidas dentro de las UBTs pertenecientes a ese grupo y en los niveles de ingresos característicos.

Sumatoria de la población de todas las UBT del grupo UV1 y todos los niveles de ingresos de esas UBT= Población asignada en el período al escenario económico m.

$$\sum_{u \in \text{UV1}} \sum_{d \in \text{DUT}(u)} \text{PTD}_{t,u,d} = \text{POBM}_{t,m}$$

$$\forall t \in \{1, T\}$$

- **POBR_t**

Balance de población para UV2: Esta restricción establece la población total que entra al modelo por escenario económico para el grupo UV2. Está debe ser distribuidas dentro de la UBT pertenecientes a ese grupo y en los niveles de ingresos característicos de la UBT (habitantes)

Sumatoria de la población de todas las UBT del grupo UV2 y todos los niveles de ingresos de esas UBT= Población asignada en el período al escenario económico m.

$$\sum_{u \in \text{UV2}} \sum_{d \in \text{DUT}(u)} \text{PTD}_{t,u,d} = \text{POBR}_t$$

$$\forall t \in \{1, T\}$$

- **DPOB_{t,d}**

Máxima densidad por UBT: Por medio de ésta restricción se establece la cantidad máxima de personas permitidas dentro de una UBT, con el fin de evitar los problemas de aglomeración y desequilibrio dentro de las ciudades (habitantes).

Población total dentro de la UBT u ≤ Población máxima permitida dentro de la UBT u

$$\sum_{d \in DUT(u)} PTD_{t,u,d} \leq PMAX_u$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UVI$$

5.5.4. MODELO DE VIVIENDA

La demanda de vivienda es realizada por toda la población, que dependiendo del nivel de ingresos **d** en la cual se encuentre demanda un tipo de vivienda. Las viviendas **h** se dividieron en varios tipos y cada uno de ellas ésta relacionado a un nivel de ingresos.

La demanda de área por tipo de vivienda es determinada según las preferencias históricas del nivel de ingresos. La población demanda un área total ($AVA_{t,u,h}$), esta se divide en un área base de construcción ($AVB_{t,u,h}$) y un área destinada a cesiones gubernamentales ($AVF_{t,u,h}$). Las restricciones del modelo corresponden a la aplicación de la normatividad para construcción del POT98.

- **AVIV_{t,u,h}**

Asignación de área construida para vivienda: Por medio de esta restricción se establece que la demanda de área para los diferentes tipos de vivienda es originada por las cabezas de familia existentes. La población demandará una cantidad de espacio por tipo de vivienda, determinado por el nivel de ingresos al cual pertenezca. Válida para unidades territoriales que permiten construcción de vivienda.

Demanda de área de vivienda tipo h en la UBT u = Área demandada por la población de vivienda tipo h en la UBT u

$$\mathbf{AVA}_{t,u,h} = \sum_{d \in \mathbf{DVI}} \mathbf{DAPO}_{h,d} \mathbf{PTD}_{t,u,d}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UIX} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

- **BVIV**_{t,u,h}

Balance de viviendas: Por medio de esta restricción se establece el número de viviendas demandadas, determinado por las cabezas de familias existentes dentro de la población. Para calcular la cantidad de cabezas de familia, es necesario conocer el valor histórico del número de personas por familia según el nivel de ingresos. Esta restricción se aplica solo para las UBTs que aceptan viviendas y se restringe además para los tipos de vivienda que existen dentro de esa UBT.

Número de viviendas tipo h existente en la UBT u = Número de cabezas de familia en

$$\mathbf{NVU}_{t,u,h} = \sum_{d \in \mathbf{DVI}} \mathbf{NPEI}_{d,h} \mathbf{PTD}_{t,u,d}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVI} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

- **DVIC**_{t,u,h}

Dinámica de construcción de vivienda: Por medio de esta restricción se representa la dinámica del área de vivienda. Está determinada por: los inventarios iniciales existentes y las construcciones y demoliciones llevadas a cabo para cada tipo de vivienda dentro de la UBT. Solo es válida para las UBTs que permiten construcción y demolición de vivienda.

Área construida en la UBT u por vivienda tipo h = Área construida para el vivienda tipo h en la UBT u del período anterior + Nuevas construcciones de vivienda tipo h en la UBT u – Demoliciones por vivienda tipo h en la UBT u

$$\mathbf{AVA}_{t,u,h} = \mathbf{AVA}_{t-1,u,h} + \mathbf{VIC}_{t,u,h} - \mathbf{VID}_{t,u,h}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UDV} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

▪ **DDVI_{t,u,h}**

Dinámica del área base construida para vivienda en la UBT: Por medio de esta restricción se establece que la dinámica del área de construcción de vivienda base se encuentra determinado por el área de vivienda base que se tiene inicialmente y las construcciones y demoliciones del área base llevadas a cabo para cada tipo de vivienda dentro de la UBT. Solo es valida para las UBT que permiten vivienda

Área base construida vivienda tipo h en la UBT u = Área base construida vivienda tipo h en la UBT u del periodo anterior + Nuevas construcciones en base de vivienda tipo h en la UBT u – Demoliciones en área base por vivienda tipo h en la UBT u

$$\mathbf{AVB}_{t,u,h} = \mathbf{AVB}_{t-1,u,h} + \mathbf{CVB}_{t,u,h} - \mathbf{DVB}_{t,u,h}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVI} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

▪ **AVIP_{t,u,h}**

Balance de área lote para vivienda en UBT. Por medio de esta restricción se establece las áreas lote por tipo de vivienda construida en la UBT; teniendo en cuenta que el área lote se encuentra compuesta por un área base construida y un área para cesiones. Válida para unidades territoriales donde se permite viviendas.

Área lote por vivienda tipo h dentro de la UBT u = Cesión de área por construcción de vivienda tipo h dentro de la UBT u + Área base vivienda tipo h dentro de la UBT u

$$\mathbf{AVL}_{t,u,h} = \mathbf{AVF}_{t,u,h} + \mathbf{AVB}_{t,u,h}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVI} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

- **AVIB_{t,u,h}**

Restricción área a construir para vivienda según el índice de construcción y número de pisos: Por medio de esta restricción se establece que el área máxima base que se puede construir para cada tipo de vivienda en la UBT, debe ser el menor valor entre: el área base de construcción de vivienda dada por el número de pisos permitido y el área base dada por el índice de construcción. Válida para unidades territoriales donde se aplica el índice de construcción

Área asignada por vivienda tipo h en la UBT u ≤ Mínimo valor de área permitida para construcción del vivienda tipo h en la UBT u, entre: el área asignada teniendo en cuenta el número de pisos de las construcciones disponibles o el área permitida teniendo en cuenta el índice de construcción

$$\mathbf{AVA}_{t,u,h} \leq \mathbf{Min} (\mathbf{NPMV}_{u,h} , \mathbf{ICOV}_u) \mathbf{AVB}_{t,u,h}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UBI} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

- **AVIO_{t,u,h}**

Área base vivienda según índice de ocupación: Este se constituye en una restricción para el área construida en una ciudad y por medio de ésta restricción se regula esta norma. Válida para unidades territoriales donde se permite vivienda.

Cesión de área por construcción de vivienda tipo h en la UBT u ≤ Fracción del área base construida para el vivienda tipo h teniendo en cuenta el índice de ocupación permitida por UBT u

$$\mathbf{AVF}_{t,u,h} \leq \mathbf{AVB}_{t,u,h} (1 - \mathbf{IOCV}_u)$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVI} \quad \forall h \in \mathbf{VIU}(u)$$

- **AVID_{t,u}**

Área base según índice de densidad. Esta aplica solo a un grupo de UBT, dentro del cual se encuentran excluidas las UBT que se encuentran cobijadas bajo la restricción AVIB. Por medio de esta se regula el área máxima base que puede ser construida para viviendas dentro de una UBT

Área construida de vivienda tipo h dentro de la UBT ≤ Área máxima posible de construcción teniendo en cuenta el índice de densidad y el área base de construcción para el vivienda tipo h dentro de la UBT

$$\sum_{h \in \mathbf{VIU}(u)} \mathbf{AVA}_{t,u,h} \leq \sum_{h \in \mathbf{VIU}(u)} \mathbf{IDEV}_{t,u} \mathbf{AVL}_{t,u,h}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UVD}$$

5.5.5. MODELO PARA SECTORES ECONOMICOS

Este modelo permite considerar la estructura de todos aquellos sectores económicos que generan bienes y servicios a la sociedad y toda la dinámica de población que estos traen consigo. Dentro de los sectores económicos se consideraron dos grupos: el primero conformado por aquellos que prestan servicios a la población (SSP) y el segundo por aquellos que no lo hacen. Todos los sectores económicos trabajan de una u otra forma por prestar servicios o producir bienes para la población, pero dentro del grupo SSP se están considerando sectores económicos que obligan a la población a trasladarse de su lugar de residencia en búsqueda de estos servicios; por ejemplo, para que la mayoría de la población puede acceder los servicios del sector bancario se hace necesario que ésta se traslade hasta ellos para poder obtenerlos, esto mismo puede considerarse para el sector comercial.

El modelo tiene como parámetros el nivel de actividad de cada uno de los sectores económicos c , que varía para cada uno de los escenarios m . Los valores de los parámetros es una información proveniente de un modelo previo de sectores económicos que debe ser desarrollado (modelo ECSIM). De acuerdo al nivel de actividad proyectado, se estipula la demanda de área por nivel de actividad, basado en promedios históricos y estudios realizados. El área demandada por los sectores económicos puede ser para construcciones de un solo piso ($AIP_{t,u,c}$) o de varias pisos ($AIA_{t,u,c}$) teniendo en cuenta la naturaleza del tipo de edificaciones que deben existir para los sectores económicos. El anterior concepto representa la necesidad de algunos sectores económicos de ubicar el proceso productivo en edificaciones de un piso y considerar que las oficinas administrativas si pueden estar ubicadas en varias plantas y no necesariamente en el mismo lugar.

Las siguientes ecuaciones permiten modelar la asignación de las actividades de los sectores económicos (industria, servicios y comercio) y el correspondiente espacio industrial y comercial ocupado por dichas actividades.

- **BCIN_{t,c}**

Balance del nivel de actividad para cada sector económico . Por medio de esta ecuación se integra el parámetro de entrada para cada escenario del nivel de actividad de los sectores económicos proyectados, que se convierten en una variable del nivel de actividad de sectores económicos que deben existir dentro de la UBT. Válido para todas las UBT que aceptan sectores económicos (uni-act).

Nivel de actividad existente del sector económico c en las UBTs = Nivel de actividad proyectado por sector económico c para todo el territorio por escenario m

$$\sum_{u \in UCI(c)} \mathbf{INA}_{t,u,c} = \mathbf{NACI}_{t,c,m}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall c \in \text{SEC}$$

▪ **DCIN_{t,u,c}**

Dinámica del nivel de actividad de los sectores económicos en la UBT. Por medio de ésta restricción se representa el crecimiento y el flujo que puede existir de niveles de actividad de los sectores económicos a través del tiempo para las UBTs. Válido para todas las UBTs que aceptan sectores económicos (uni-act).

Nivel de actividad existente del sector económico c en la UBT u = Nivel de actividad existente del sector económico c en la UBT u en el período anterior + Crecimiento del sector económico c en la UBT u + Migración del sector económico c en la UBT u

$$\begin{aligned} \mathbf{INA}_{t,u,c} &= \mathbf{INA}_{t-1,u,c} + \mathbf{CCE}_{t,u,c} - \mathbf{MCE}_{t,u,c} \\ \forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UCI} \quad \forall c \in \text{SGT}(u) \end{aligned}$$

▪ **AIPS_{t,u,c}**

Asignación de área para construcciones de un piso para sectores económicos. Por medio de esta restricción se establece la demanda de área del los sectores económicos determinado por la cantidad de niveles de actividad a establecer. Para cada sector económico está asociado un parámetro de requerimiento de área por nivel de actividad proveniente de un modelo de sectores económicos previo. Solo es válido para las UBT que permiten construcciones en piso altura.

Área asignada en piso para el sector económico c en la UBT u = Demanda de área por sector económico c en la UBT u teniendo en cuenta los niveles de actividad

$$\begin{aligned} \mathbf{AIP}_{t,u,c} &= \mathbf{DEIP}_c \mathbf{INA}_{t,u,c} \\ \forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UCP} \quad \forall c \in \text{SGT}(u) \end{aligned}$$

- **DDIP_{t,u,c}**

Dinámica del área piso asignado a sectores económicos en la UBT. Esta ecuación representa la dinámica de área piso del sector económico construida dentro de una UBT, como el resultado de los inventarios iniciales existentes y las construcciones y demoliciones llevadas a cabo de área piso por sector económico dentro de la UBT. Válida para unidades territoriales donde se permite construcción y/o demolición de sectores económicos que exigen un solo piso (área)

Asignación de área de un piso para sectores económicos c en la UBT u = Asignación de área de un piso para sectores económicos c en la UBT u en el periodo anterior + Nuevas construcciones de área de un piso para sectores económicos c en la UBT u + Demoliciones de área de un piso para sectores económicos c en la UBT u

$$\mathbf{AIP}_{t,u,c} = \mathbf{AIP}_{t-1,u,c} + \mathbf{CIP}_{t,u,c} - \mathbf{DIP}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCP} \quad \forall c \in \mathbf{SGT}(u)$$

- **AIAL_{t,u}**

Asignación de área para construcciones de varios pisos para sectores económicos. Por medio de esta restricción se establece la demanda de área para construcciones de varios pisos de los sectores económicos, como la demanda de área originada en los niveles de actividad a establecer. Para cada sector económico está asociado un parámetro de requerimiento de área por nivel de actividad. Solo es válido para las UBT que permiten construcciones en piso o altura.

Área asignada para construcciones de varios pisos para el sector económico c en la UBT u = Demanda área para construcciones de varios pisos para el sector económico c en la UBT u teniendo en cuenta los niveles de actividad

$$\mathbf{AIA}_{t,u,c} = \mathbf{DEIA}_c \mathbf{INA}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI} \quad \forall c \in \mathbf{SGT}(u)$$

- **DDIA_{t,u,c}**

Dinámica del área de construcciones de varios pisos asignado a sectores económicos en la UBT. Esta ecuación representa la dinámica de área para construcciones de varios pisos del sector económico, como el resultado de los inventarios iniciales existentes y las construcciones y demoliciones llevadas a cabo para construcciones de áreas de varios pisos por sector económico dentro de la UBT. Válida para unidades territoriales donde se permite construcción y/o demolición de sectores económicos de varios pisos.

Asignación de área para construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u = Asignación de área para construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u del periodo anterior + Nuevas construcciones de área de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u + Demoliciones de área de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u

$$\mathbf{AIA_{t,u,c} = AIA_{t-1,u,c} + CIC_{t,u,c} - CID_{t,u,c}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI} \quad \forall c \in \mathbf{SGT}(u)$$

- **DDIB_{t,u,c}**

Dinámica del área base construida para sectores económicos en la UBT: Por medio de esta restricción se establece que la dinámica del área base de construcciones de varios pisos para sectores económicos, se encuentra determinado por el área que se tiene inicialmente y las construcciones y demoliciones del área de construcciones de varios pisos llevadas a cabo para cada tipo de sector económico dentro de la UBT. Válida para unidades territoriales donde se permite sectores económicos.

Asignación de área de base de construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u = Área de base de construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u del período anterior + Nuevas construcciones de área base de construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u + Demoliciones de área base de construcciones de varios pisos para sectores económicos c en la UBT u económicos

$$\mathbf{AIB}_{t,u,c} = \mathbf{AIB}_{t-1,u,c} + \mathbf{CIB}_{t,u,c} - \mathbf{DIB}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI} \quad \forall c \in \mathbf{SGT}(u)$$

▪ **AMIN_{t,u}**

Área máxima en base que puede asignarse a sectores económicos en la UBT: Para conservar cierto orden en la ciudad se debe impedir que determinadas zonas se conviertan en zonas industriales. La regulación del POT formula la necesidad de establecer un espacio máximo para sectores industriales dentro de la UBT. Válida para unidades territoriales donde se permite sectores económicos.

Área total para sectores económicos c de un piso en la UBT u + Área base de construcciones de varios pisos para sector económico c en la UBT u ≤ Área máxima para sectores económicos c en la UBT u

$$\sum_{c \in \mathbf{SGT}(u)} \mathbf{AIP}_{t,u,c} + \sum_{c \in \mathbf{SGT}(u)} \mathbf{AIB}_{t,u,c} \leq \mathbf{AMAI}_{t,u}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI}$$

▪ **AIIP_{t,u,c}**

Balance de área lote para sectores económicos en UBT. Por medio de ésta restricción se establece las áreas lote por sector económico construida en la UBT; teniendo en cuenta que el área lote se encuentra compuesta por un área base construida y un área para cesiones. Válida para unidades territoriales donde se permite sector económico (área)

Área lote construida para sectores económicos c en la UBT u = Cesión de área por construcción de sectores económicos c en la UBT u + Área base sectores económicos c en la UBT u

$$\mathbf{AIL}_{t,u,c} = \mathbf{AIF}_{t,u,c} + \mathbf{AIB}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UCI} \quad \forall c \in \text{SGT}(u)$$

▪ **AIO_{t,u,c}**

Área base sector económico según índice de ocupación: Por medio de esta restricción se establece la cantidad de área base de construcciones de sector económico que deben ser calculadas teniendo en cuenta el índice de ocupación (IOCI_u). Válida para unidades territoriales donde se permite sector económico (área)

Cesión de área por construcción sectores c en la UBT u ≤ Fracción del área base construida de sectores económicos c teniendo en cuenta el índice de ocupación permitida por la UBT u

$$\mathbf{AIF_{t,u,c} \leq AIB_{t,u,c} (1 - IOCI_u)}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UCI} \quad \forall c \in \text{SGT}(u)$$

▪ **AICM_{t,u,c}**

Restricción área a construir para sector económico según el índice de construcción y número de pisos.

Área construida para sector económico c en la UBT u ≤ Mínimo valor de área base para construcciones de varios pisos de sector económico c permitida entre el área asignada teniendo en cuenta el número de pisos de las construcciones disponibles o el área permitida teniendo en cuenta el índice de construcción dentro de las UBT

$$\mathbf{AIA_{t,u,c} \leq \text{Min} (NPMI_u, ICOI_u) AIB_{t,u,c}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UCI} \quad \forall c \in \text{SGT}(u)$$

▪ **DWSE_{t,u,c}**

Asignación de demanda de servicios ofrecidos por sectores económicos en la UBT. Por medio de esta ecuación se asigna la demanda a aquellos sectores económicos que prestan servicios. La demanda es generada por la población; cada persona, consume un número determinado de niveles de actividad por sector económico (DESE_{c,m}), la cantidad varía por escenario.

Dentro de una UBT se pueden encontrar los siguientes casos para la atención de los servicios de un sector económico:

- Atención de demanda de servicios de sectores económicos para población de la UBT o UBTs vecinas (DPS_{t,u}).
- Que se encuentre demanda no atendida (DWS_{t,u,c}), lo que genera déficit (DFS_{t,u,c}), esto implica una solicitud de servicios de sectores económicos que deberá ser atendida en otra UBT.

Esta ecuación solo aplica para los sectores económicos que prestan servicios y para las UBTs con vivienda, dado que son ellas en las cuales se encuentra la población dispuesta a trasladarse en búsqueda de los servicios.

Demanda de servicios no atendidos para sector económico c en la UBT u + Demanda de servicios agregados atendidos en sector económico c en la UBT u + Demanda de servicios agregadas por sector económico c generada en la UBT u = Demanda total generada por la población perteneciente a todos los niveles de ingreso para el sector económico c

$$\mathbf{DFS_{t,u,c} + DPS_{t,u,c} + DWS_{t,u,c} = \sum_{d \in DUT(u)} DESE_{c,m} PTD_{t,u,d}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UVI \quad \forall c \in SSP$$

- **CWSE_{t,u,c}**

Capacidad de atención de servicios ofrecidos por sector económico en la UBT. Por medio de esta ecuación se establece que la capacidad de atención de los sectores económicos puede ser utilizada para la atención de la demanda de la misma UBT o de UBTs vecinas. Esta ecuación es utilizada para la modelación de viajes agregados.

Demanda servicios agregados para sector económico c atendida en la UBT u + Demanda Foránea Servicios para sector económico c atendida en la UBT u ≤ Nivel de actividad del sector económico c en la UBT u

$$\mathbf{DPS}_{t,u,c} + \mathbf{DYS}_{t,u,c} \leq \mathbf{INA}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI} \quad \forall c \in \mathbf{SST}(u)$$

- **BASE_{t,c}**

Balance oferta-demanda servicios sector económico: Esta ecuación establece el balance entre la oferta y la demanda de los servicios de los sectores económicos fluyendo a través del sistema de tráfico (uni-equi).

Demanda de servicios sector económico c agregados generada = Demanda de servicios sector económico c agregado atendido

$$\sum_{u \in \mathbf{UVI}} \mathbf{DWS}_{t,u,c} = \sum_{u \in \mathbf{USO}(c)} \mathbf{DYS}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall c \in \mathbf{SSP}$$

5.5.6. MODELO PARA EQUIPAMIENTOS

Los equipamientos son el conjunto de espacios y edificaciones especializadas destinadas a los usos dotacionales ó institucionales y cuyo fin es proveer a los ciudadanos de servicios

sociales de carácter informativo, cultural, de salud, deportivo y de bienestar social, así como prestar apoyo funcional a la Administración Pública. Los equipamientos pueden ser públicos o privados; los de carácter público son objeto de programas de actuación dirigida a dotar las zonas urbanas y rurales y a equilibrar la estructura territorial con su articulación a los elementos del espacio público. Dado que se tiene dos grupos de UBTs se considera el carácter de complementariedad de los equipamientos del área metropolitana con relación a los equipamientos locales, pero solo se planteará la construcción de nivel de servicio de equipamiento para las UBTs pertenecientes del grupo UV1, que son sobre las cuales podrá legislar la administración de la ciudad.

Las siguientes ecuaciones permiten modelar la demanda y oferta de equipamientos, la cual se basa en la demanda de la población residente en cada unidad territorial **u**, y que puede ser atendida en dicha unidad y/o en las unidades territoriales "vecinas" a dicha unidad.

- **CIEQ_{t,u,n}**

Capacidad instalada para niveles de servicio en la UBT: Está restricción establece la capacidad existente en un período de tiempo del nivel de servicio n de equipamiento en la UBT, teniendo en cuenta la capacidad existente y las expansiones. Válido para UBT del que permiten equipamiento. (uni-equi).

*Capacidad total instalada de nivel de servicio n de equipamiento en la UBT u =
Capacidad total instalada de nivel de servicio n de equipamiento en la UBT u en el periodo anterior + Expansión de capacidad de nivel de servicio n de equipamiento en la UBT u*

$$\mathbf{CIE_{t,u,n} = CIE_{t-1,u,n} + CEX_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UE1} \quad \forall n \in \text{NST}(u)$$

▪ **AETN_{t,u,n}**

Asignación de área construida para nivel de servicio de equipamientos en la UBT: La demanda de área es originada por la capacidad demandada para el nivel de servicio de equipamiento. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento. (mts²)

Área de nivel de servicio n de equipamiento asignada en la UBT u = Área demandada por nivel de servicio n de equipamiento en la UBT u

$$\mathbf{AEE_{t,u,n} = DEQA_n CIE_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UE1} \quad \forall n \in \text{NST}(u)$$

▪ **DQIV_{t,u,n}**

Dinámica de construcción de nivel de servicio de equipamientos en la UBT. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento.

Área total construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u = Área total construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u en el periodo anterior + Área nueva construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u - Área demolida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u

$$\mathbf{AEE_{t,u,n} = AEE_{t-1,u,n} + CQC_{t,u,n} - CQD_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UE1} \quad \forall n \in \text{NST}(u)$$

- **DDEP_{t,u,n}**

Dinámica del área base construida para de nivel de servicio de equipamiento en la UBT.
Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento.

Área base construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u = Área base construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u en el periodo anterior + Área base nueva construida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u - Área base demolida de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u

$$\mathbf{AEB_{t,u,n} = AEB_{t-1,u,n} + CEB_{t,u,n} - DEB_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UE1} \quad \forall n \in \mathbf{NST}(u)$$

- **AEIP_{t,u,n}**

Balance de área lote para nivel de servicio de equipamiento en UBT. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento.

Área lote construida para nivel de servicio n de equipamiento en UBT u = Cesión de área por construcción nivel de servicio n de equipamiento en UBT u + Área base nivel de servicio n de equipamiento en UBT u

$$\mathbf{AEL_{t,u,n} = AEF_{t,u,n} + AEB_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UE1} \quad \forall n \in \mathbf{NST}(u)$$

- **AECM_{t,u,n}**

Restricción área a construir para nivel de servicio de equipamiento según el índice de construcción y número de pisos. Válido para las UBT donde se permiten equipamiento.

Área construida nivel de servicio n de equipamiento en UBT u ≤ Mínimo valor de área permitida para el nivel de servicio n de equipamiento en UBT u teniendo en cuenta el número de pisos de las construcciones disponibles o el área permitida teniendo en cuenta el índice de construcción dentro de las UBT.

$$\mathbf{AEE_{t,u,n} \leq \text{Min} (NPME_u , ICOE_u) AEB_{t,u,n}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UEQ} \quad \forall n \in \text{NST}(u)$$

▪ **AQIO_{t,u,n}**

Área base nivel de servicio de equipamiento según índice de ocupación. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento.

Cesión de área por construcción nivel de servicio n de equipamiento en UBT u ≤ Fracción del área base construida para nivel de servicio n de equipamiento, en UBT u teniendo en cuenta el índice de ocupación

$$\mathbf{AEF_{t,u,n} \leq AEB_{t,u,n} (1-IOCE_u)}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UE1} \quad \forall n \in \text{NST}(u)$$

▪ **DWEQ_{j,u,n}**

Área base nivel de servicio de equipamiento según índice de ocupación. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten vivienda.

Demanda de nivel de servicio n de equipamiento en UBT u no atendido + Demanda nivel de servicio n de equipamiento en UBT u atendido + Demanda de servicios agregados para nivel de servicio n de equipamiento generada en UBT u = Demanda total originada por la población nivel de servicio n de equipamiento en UBT u

$$\mathbf{DFE_{t,u,n} + DPE_{t,u,n} + DWE_{t,u,n} = \sum_{d \in \text{DUT}(u)} \mathbf{DEEQ_{t,n,m}} \mathbf{PTD_{t,u,d}}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UV1 \quad \forall n \in NST(u)$$

▪ **CWEQ_{t,u,n}**

Capacidad de atención nivel de servicio de equipamiento de la UBT. Válido para UBT del grupo UV1 que permiten equipamiento. Modelación viajes agregados.

Demanda de servicios para nivel de servicio n de equipamiento atendidos por UBT u + Demanda foránea de servicios para nivel de servicio n de equipamiento atendidos en la UBT u ≤ Capacidad total instalada inicial de nivel de servicio n de equipamiento en la UBT

u

$$DPE_{t,u,n} + DYE_{t,u,n} \leq CIE_{t,u,n}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UE1 \quad \forall n \in NST(u)$$

▪ **BAEQ_{t,n}**

Balance oferta-demanda de nivel de servicio de equipamiento.

Demanda de servicios agregados de nivel de servicio n de equipamiento generados en la UBT u (perteneciente al grupo UV1 y que además poseen vivienda) = Demanda de servicios agregados de nivel de servicio n de equipamiento atendidos en las UBT u (perteneciente al grupo UV1)

$$\sum_{u \in UV1} DWE_{t,u,n} = \sum_{u \in UE1(n)} DYE_{t,u,n}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall n \in NIS$$

5.5.7. MODELO DE EMPLEO

El modelo de empleo presenta la dinámica de la población que busca empleo. La hipótesis fundamental es que por razones de empleo las personas están dispuestas a viajar entre cualquier par de UBTs en el territorio; esto implica que van a existir empleados que se quedan trabajando dentro de la UBT ($DEU_{t,u,w,c}$) y empleados que llegan a la UBT de otras ($DEE_{t,u,w,c}$). El flujo de población es determinado al interior de los otros modelos.

Las siguientes ecuaciones representan el balance de empleo para las diferentes categorías en cada una de las UBTs.

- **EMOF_{t,u,w}**

Asignación de la oferta de empleos por categoría: Por medio de esta restricción se establece la oferta de empleos por nivel de ingresos en la UBT. La oferta se reparte en: empleados que se quedan trabajando en la UBT, aquellos que se desplazan fuera. La oferta no asignada genera desempleo (empleos). Válido para UBTs con Vivienda

Empleados categoría de empleo w por sector económico c en UBT u que se quedan trabajando + Empleados categoría de empleo w por sector económico c en UBT u que se desplazan fuera = Empleados categoría de empleo w por sector económico c en la UBT u

$$\sum_{c \in \text{SGT}(u)} DEU_{t,u,w,c} + DES_{t,u,w} = PTU_{t,u,w}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall w \in \text{WUB}(u)$$

- **EMDE_{t,u,w,c}**

Balance de empleos por categoría para sectores económicos. Por medio de esta ecuación se asigna la demanda de empleos generada por los sectores económicos dentro de una UBT. La demanda de empleos puede ser atendida por empleados de la UBT, donde se

encuentra el sector económico, o empleados de otras UBTs, los empleos no asignados generan déficit de empleo en la unidad territorial. Válido para UBTs con Vivienda

Demanda categoría de empleo w por sector económico c en UBT u no atendidos+ Empleados categoría de empleo w por sector económico c que se quedan trabajando en la UBT u + Empleados categoría de empleo w por sector económico c que se desplazan hacia UBT= Demanda de empleos de la población teniendo en cuenta los niveles de actividad del sector económico

$$\mathbf{DFM}_{t,u,w,c} + \mathbf{DEU}_{t,u,w,c} + \mathbf{DEE}_{t,u,w,c} = \mathbf{DEMO}_{t,c,w,m} \mathbf{INA}_{t,u,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UCI} \quad \forall c \in \mathbf{SGT}(u) \quad \forall w \in \mathbf{WSE}(c)$$

▪ **EMBA_{t,w}**

Balance oferta-demanda de empleos red de tráfico: Por medio de esta ecuación se establece el balance entre la oferta y la demanda de empleos fluyendo a través del sistema de tráfico en las diferentes modalidades de modos de transporte (empleos)

Empleados totales por categoría de empleo w que se desplazan fuera de las UBTs = Empleados totales por categoría de empleo que se desplazan hacia UBT

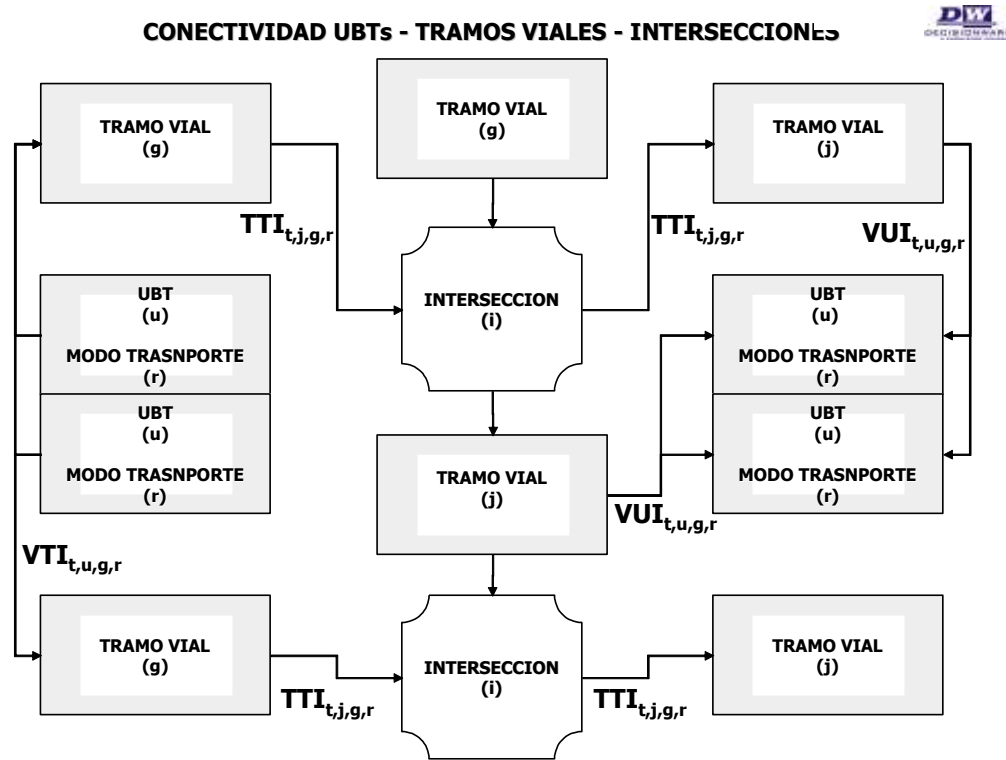
$$\sum_{u \in \mathbf{UBW}(w)} \mathbf{DES}_{t,u,w} = \sum_{c \in \mathbf{SGT}(u)} \mathbf{DEE}_{t,u,w,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall w \in \mathbf{WCE}$$

5.5.8. MOVILIDAD

La movilidad de personas y de productos dentro y fuera del territorio se modela con base en sistemas de transporte que soportan múltiples modos de transporte y que están compuestos por tramos viales que comparten y se interconectan en intersecciones. Ilustración 13.

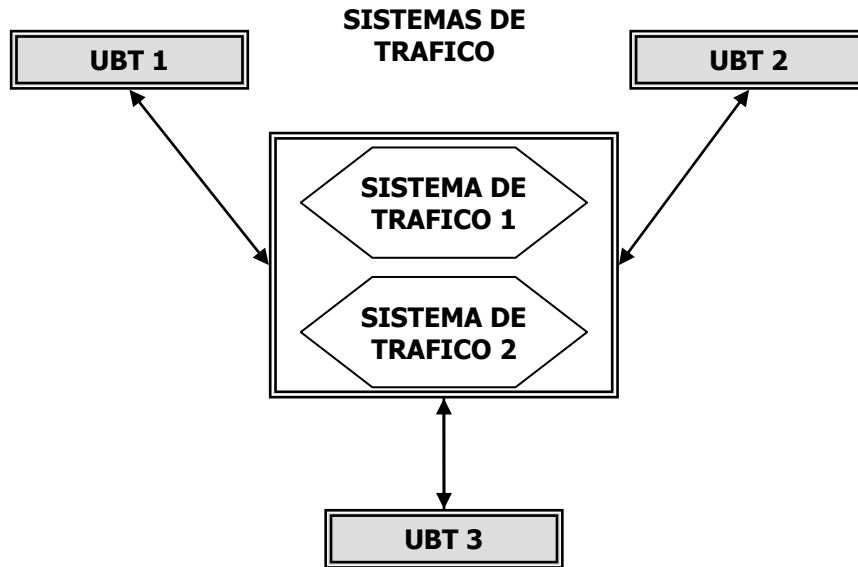
ILUSTRACIÓN 13. SISTEMA DE MOVILIDAD



En las UBTs se generan una cantidad de viajes agregados por modo de transporte que deben rutearse a través de los diferentes sistemas de tráfico para satisfacer la demanda de viajes agregados en otras UBTs Ilustración 14.

El balance de entrada en la red de transporte tendrá en cuenta la transferencia de viajes que se tiene entre UBT. De tal manera que los viajes generados o atraídos a una UBT entran a una red de tráfico y para garantizar el flujo de la red para la condición de tráfico ρ modelada, se debe cumplir que el balance de lo que entra a través del sistema de tráfico debe ser igual a lo que sale. Ilustración 15.

ILUSTRACIÓN 14. CONECTIVIDAD UBTS – SISTEMAS DE TRÁFICO



El sistema de movilidad se modeló para dos diferentes condiciones de tráfico **p**: Promedio diario y Hora pico de la mañana.

Para la condición Promedio diario, se toma como hipótesis que las personas que se desplazan a una UBT, por razones de empleo o para acceder a los servicios de empresas y/o de los equipamientos, deben retornar a la UBT de residencia. Así, se simula el balance en la red de tramos e intersecciones en dos sentidos: a la ida, cuando las personas salen de la UBT de residencia hacia otra UBT y de regreso cuando retornan

Para la condición de hora pico de la mañana, se toma como hipótesis que las personas se desplazan a una UBT, por razones de empleo o para acceder a los servicios de empresas y/o de los equipamientos en la hora pico de la mañana. En este caso el retorno no se modela. Sin embargo, se simula el balance de la red en dos sentidos, usando las mismas variables subinexas en p , según la dirección de entrada a cada UBT en particular, es decir, la ida corresponde al sentido de entrada a una UBT y la salida será el paso en sentido contrario hacia otra UBT. El balance se referirá a la llegada a destino de todos los viajes en la hora pico de la mañana. Ilustración 16.

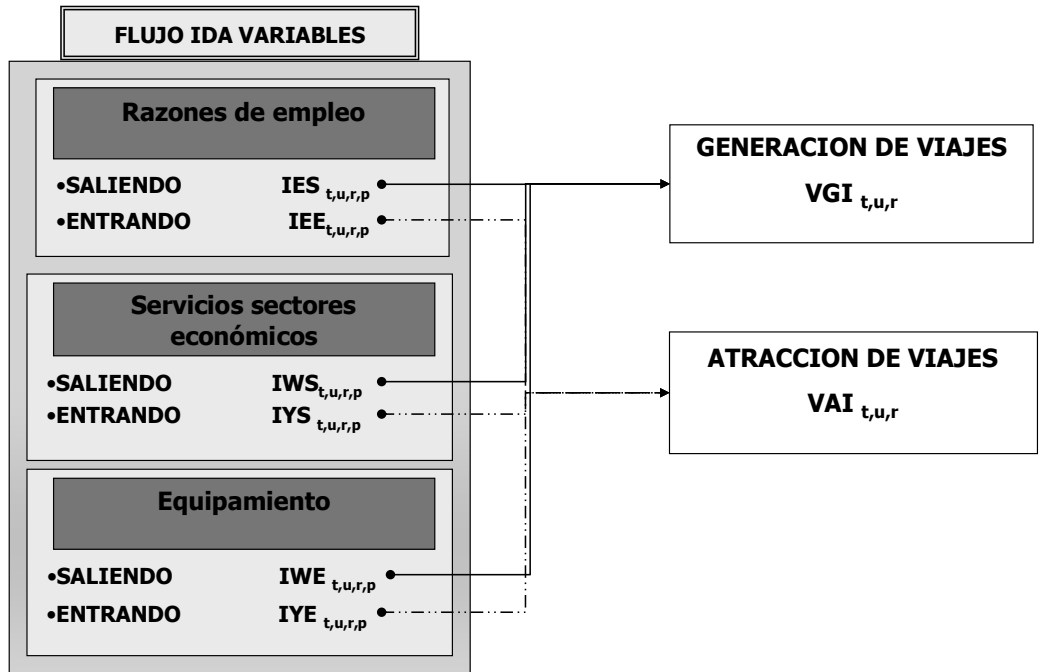
Los viajes que se generan en la UBT se asignan a viajes específicos por los tramos salientes de la (VTI), los viajes que demanda la UBT se asignan a viajes específicos por los tramos entrantes (VUI). Para rutear los viajes a través del sistema de tráfico se requieren transferencias entre tramos (TTI) las cuales se realizan en las intersecciones. lo anterior se muestra en la Ilustración 17.

La capacidad y expansión de los tramos y de las intersecciones se modela para la condición pico de la mañana. La demanda de viajes compuesta por un porcentaje de viajes para los desplazamientos de empleo ($VRIE_{r,w}$, $VRRIE_{r,w}$), para acceder a los servicios de los sectores económicos ($VRIQ_{c,r}$, $VRRQ_{c,r}$) y/o de los equipamientos ($VRIS_{r,n}$, $VRRS_{r,n}$) se distribuirá en modos de transporte. Cada modo de transporte tiene un índice de ocupación vehicular y una equivalencia de tamaño de vehículo expresado en unidades de un vehiculo equivalente.

La capacidad y expansión de los tramos y de las intersecciones se modela para la condición pico de la mañana. La demanda de viajes compuesta por un porcentaje de viajes para los desplazamientos de empleo ($VRIE_{r,w}$, $VRRIE_{r,w}$), para acceder a los servicios de los sectores económicos ($VRIQ_{c,r}$, $VRRQ_{c,r}$) y/o de los equipamientos ($VRIS_{r,n}$, $VRRS_{r,n}$) se distribuirá en modos de transporte. Cada modo de transporte tiene un índice de ocupación vehicular y una equivalencia de tamaño de vehículo expresado en unidades de un vehiculo equivalente.

ILUSTRACIÓN 16. VIAJES FLUYENDO A TRAVÉS DEL SISTEMA DE TRÁFICO PARA FLUJO DE IDA

VIAJES FLUYENDO A TRAVES DEL SISTEMA DE TRAFICO PARA FLUJO DE IDA



El balance de entrada en la red de transporte tendrá en cuenta la transferencia de viajes que se tiene entre UBT. De tal manera que los viajes generados o atraídos a una UBT entran a una red de tráfico y para garantizar el flujo de la red para la condición de tráfico p modelada, se debe cumplir que el balance de lo que entra a través del sistema de tráfico debe ser igual a lo que sale.

ILUSTRACIÓN 17. VIAJES FLUYENDO A TRAVÉS DEL SISTEMA DE TRÁFICO PARA FLUJO DE REGRESO

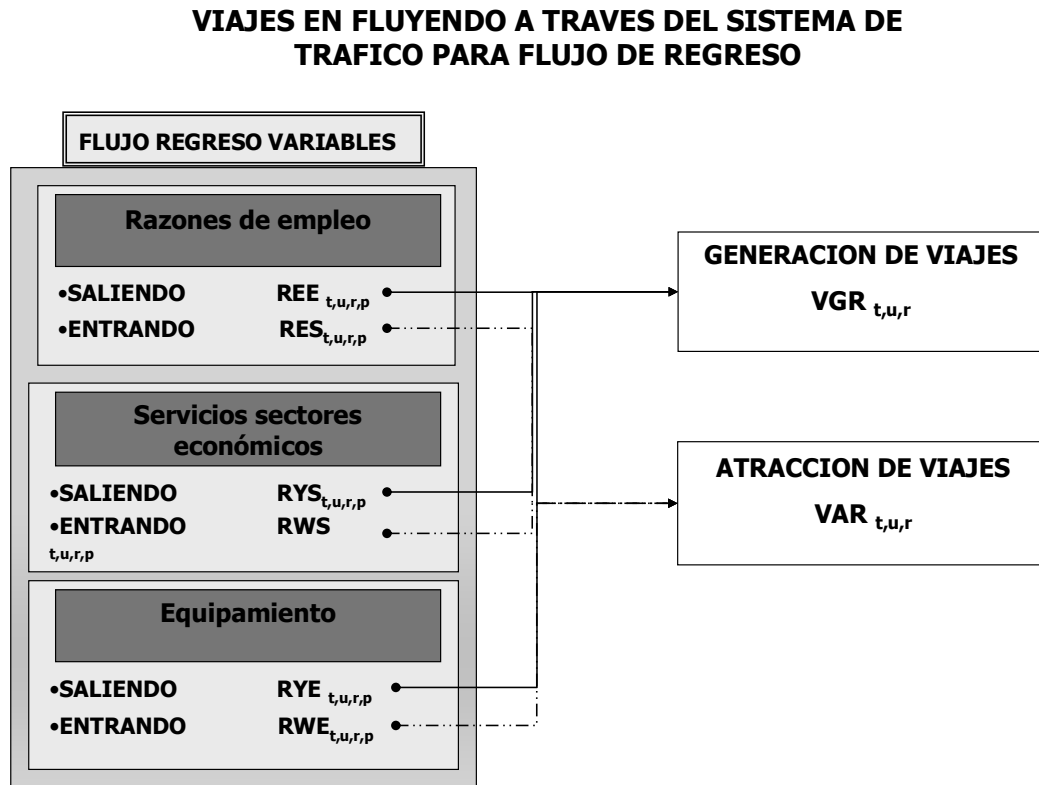
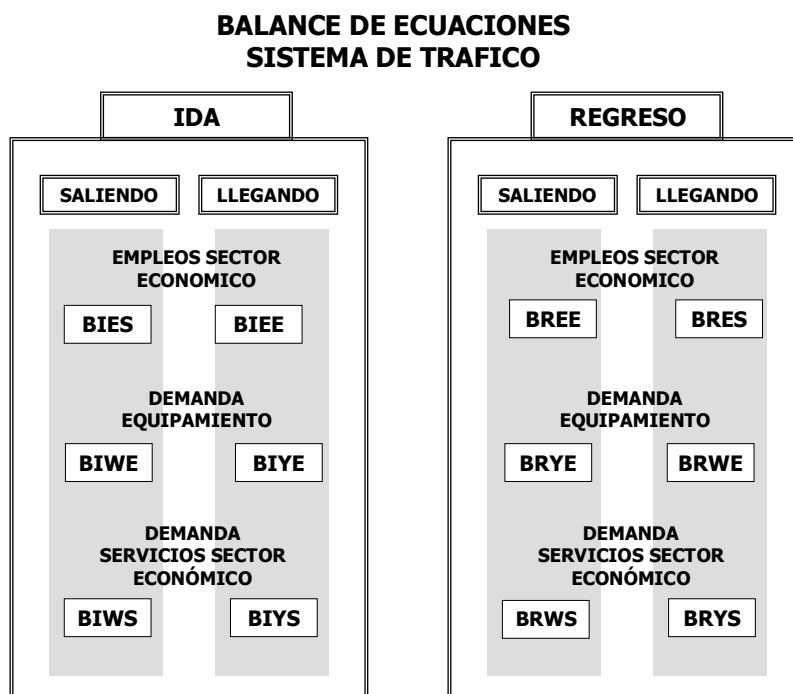


ILUSTRACIÓN 28. BALANCE DE ECUACIONES SISTEMA DE TRÁFICO



Las siguientes ecuaciones permiten modelar la demanda de servicios de los diferentes modos de transporte en los sistemas de tráfico utilizados para prestar dichos servicios, para cada condición de tráfico p . Es importante resaltar que el subíndice p es índice binario (1,0) que activará sólo una de las condiciones de tráfico, la hora pico de la mañana o el promedio diario. La condición promedio diario se modela en viajes y la condición hora pico de la mañana en vehículos.

- **BIES_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de ida por razones de empleo de sectores económicos saliendo de la UBT u fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora p (viajes).

Fracción de viajes ida por razones de empleo de sectores económico que se dan para la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes de ida de empleados saliendo de la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{w \in WUB(u)} \sum_{c \in SCE(w)} \mathbf{FIEE}_{p,w,c} \mathbf{DES}_{t,u,w,c} = \sum_{r \in MUP(u)} \mathbf{IES}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UVI \quad \forall p \in CVP$$

- **BIEE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de ida llegando la UBT u por razones de empleo de sectores económicos fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora p (viajes).

Fracción de viajes ida por razones de empleo de sectores económico que se dan en la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes ida de empleados llegando a la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{c \in SGT(u)} \sum_{w \in WSE(c)} \mathbf{FIEE}_{p,w,c} \mathbf{DEE}_{t,u,w,c} = \sum_{r \in MTU(u)} \mathbf{IEE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UCI \quad \forall p \in CVP$$

- **BIWE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de ida saliendo de la UBT **u** por demanda de servicios de equipamiento **n** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

*Fracción de viajes ida por razones de demanda de servicios de los equipamientos que se dan en la condición de tráfico **p** saliendo de la UBT **u** = Viajes ida por demanda servicios de equipamiento saliendo de UBT **u** en la condición de tráfico **p***

$$\sum_{n \in NIS} \mathbf{FIWE}_{p,n} \mathbf{DWE}_{t,u,n} = \sum_{r \in MTU(u)} \mathbf{IWE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UBT} \quad \forall p \in \mathbf{CVP}$$

- **BIYE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de ida llegando a la UBT **u** por demanda de servicios de equipamiento **n** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

*Fracción de viajes ida que se da por razones de demanda foránea a la UBT **u** para búsqueda de servicios de los equipamientos que se dan en la condición de tráfico **p** = Viajes ida por demanda equipamiento llegando a UBT **u** en la condición de tráfico **p***

$$\sum_{n \in NST(u)} \mathbf{FIEQ}_{p,n} \mathbf{DYE}_{t,u,n} = \sum_{r \in MTU(u)} \mathbf{IYE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UE1} \quad \forall p \in \mathbf{CVP}$$

- **BIWS_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de ida saliendo de la UBT **u** por demanda de servicios del sector económico **c** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

Fracción de viajes ida por razones de demanda de servicios de sectores económicos que se dan en la condición de tráfico p saliendo de la UBT u = Viajes ida por demanda de servicios de sectores económicos saliendo de UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{c \in \text{SSP}} \mathbf{FIWQ}_{p,c} \mathbf{DWS}_{t,u,c} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \mathbf{IWS}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

▪ **BIYS_{t,u}**

Balance horario de viajes de ida llegando a la UBT u por demanda de servicios del sector económico c fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora p (viajes).

Fracción de viajes ida por razones de demanda de servicios de sectores económicos que se dan en la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes ida por demanda de servicios de sectores económicos llegando a la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{c \in \text{SST}(u)} \mathbf{FIWQ}_{p,c} \mathbf{DYS}_{t,u,c} = \sum_{r \in \text{MUP}(u)} \mathbf{IYS}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{USO} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

▪ **BDXS_{t,u,w}**

Balance viajes saliendo de UBT por empleados de la categoría w en los sectores económicos desde la unidad territorial u (viajes)

Empleados que se desplazan desde UBT u por categoría de empleo w = Empleados categoría de empleo w de todos los sectores económicos desplazándose desde UBT u

$$\mathbf{DES}_{t,u,w} = \sum_{c \in \text{SCE}(w)} \mathbf{DXS}_{t,u,w,c}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall w \in \text{WUB}(u)$$

- **BRES_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso llegando por razones de empleo de sectores económicos saliendo de la UBT **u** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

Fracción de viajes de regreso por razones de empleo de sectores económico que se dan para la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes de regreso de empleados llegando de la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{c \in \text{SGT}(u)} \sum_{w \in \text{WSE}(u)} \text{FREE}_{p,w,c} \text{DEE}_{t,u,w,c} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \text{RES}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UBT} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **BREE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso saliendo por razones de empleo de sectores económicos llegando la UBT **u** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

Fracción de viajes de regreso por razones de empleo de sectores económico que se dan para la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes de regreso de empleados saliendo de la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{w \in \text{WUB}(u)} \sum_{c \in \text{SCE}(u,w)} \text{FREE}_{p,w,c} \text{DXS}_{t,u,w,c} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \text{REE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **BRWE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso llegando de la UBT **u** por demanda de servicios de equipamiento **n** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

Fracción de viajes de regreso por razones de demanda de servicios de los equipamientos que se dan en la condición de tráfico p saliendo de la UBT u = Viajes ida por demanda de equipamiento llegando a la UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{n \in \text{NST}(u)} \mathbf{FRWE}_{p,n} \mathbf{DWE}_{t,u,n} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \mathbf{RWE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UV1} \quad \forall p \in \mathbf{CVP}$$

▪ **BRYE_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso saliendo a la UBT u por demanda de servicios de equipamiento n fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora p (viajes).

Fracción de viajes de regreso que se da por razones de demanda foránea a la UBT u para búsqueda de servicios de los equipamientos que se dan en la condición de tráfico p = Viajes de regreso por demanda equipamiento llegando a UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{n \in \text{NST}(u)} \mathbf{FRWE}_{p,n} \mathbf{DYE}_{t,u,n} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \mathbf{RYE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \mathbf{UE1} \quad \forall p \in \mathbf{CVP}$$

▪ **BRWS_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso saliendo de la UBT u por demanda de servicios del sector económico c fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora p (viajes).

Fracción de viajes de regreso por razones de demanda foránea para servicios sectores económicos atendida en la UBT u que se dan en la condición de tráfico p en la UBT u = Viajes de regreso por demanda servicios de sectores económicos saliendo de UBT u en la condición de tráfico p

$$\sum_{c \in \text{SST}(u)} \mathbf{FRWQ}_{p,c} \mathbf{DYS}_{t,u,c} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \mathbf{RWS}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{USO} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

▪ **BRYS_{t,u,p}**

Balance horario de viajes de regreso llegando a la UBT **u** por demanda de servicios del sector económico **c** fluyendo a través del sistema de tráfico a la hora **p** (viajes).

*Fracción de viajes de regreso por razones de demanda de servicios de sectores económicos que se dan en la condición de tráfico **p** llegando a la UBT **u** = Viajes *i* de regreso por demanda de servicios de sectores económicos llegando a la UBT **u** en la condición de tráfico **p***

$$\sum_{c \in \text{SSP}} \text{FRWQ}_{p,c} \text{DWS}_{t,u,c} = \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \text{RYS}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

▪ **WGID_{t,u,r,p}**

Viajes de ida agregados totales de personas generados en modo de transporte **r** en la unidad territorial **u** por razones de empleo y de servicios a la hora **p** (viajes)

*Viajes totales ida en modo de transporte **r** saliendo de la UBT **u** en la condición de tráfico **p** = Viajes ida de empleados saliendo de la UBT **u** en el modo de transporte **r** en la condición de tráfico **p** + Viajes ida por demandas servicios de sectores económicos saliendo de UBT **u** en el modo de transporte **r** en la condición de tráfico **p** + Viajes ida por demanda equipamiento saliendo de UBT **u** en el modo de transporte **r** en la condición de tráfico **p***

$$(1/\text{IOVX}_{r,p}) \text{VGI}_{t,u,r,p} = \text{IES}_{t,u,r,p} + \text{IWS}_{t,u,r,p} + \text{IWE}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall r \in \text{MTU}(u) \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **WAID_{t,u,r,p}**

Viajes de ida agregados totales de **personas atraídos** en modo de transporte **r** en la unidad territorial **u** por razones de empleo y de servicios (viajes) a la hora **p**

Viajes totales ida en modo de transporte r llegando a la UBT u en la condición de tráfico p = Viajes ida de empleados llegando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes ida por demandas servicios de sectores económicos llegando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes ida por demanda equipamiento llegando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p

$$(1/IOVX_{r,p}) VAI_{t,u,r,p} = IEE_{t,u,r,p} + IYS_{t,u,r,p} + IYE_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UTY \quad \forall r \in MUP(u) \quad \forall p \in CVP$$

- **WGRE_{t,u,r,p}**

Viajes de regreso saliendo agregados totales de personas generados en modo de transporte **r** en la unidad territorial **u** por razones de empleo y de servicios a la hora **p** (viajes)

Viajes totales de regreso en modo de transporte r saliendo de la UBT u en la condición de tráfico p = Viajes de regreso de empleados saliendo de la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes de regreso por demanda de servicios de sectores económicos saliendo de UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes de regreso por demanda equipamiento saliendo de UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p

$$(1/IOVX_{r,p}) VGR_{t,u,r,p} = RES_{t,u,r,p} + RWS_{t,u,r,p} + RWE_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UTY \quad \forall r \in MUP(u) \quad \forall p \in CVP$$

- **WARE_{t,u,r,p}**

Viajes de regreso llegando agregados totales de personas atraídos en modo de transporte **r** en la unidad territorial **u** por razones de empleo y de servicios (viajes) a la hora **p**

Viajes totales de regreso en modo de transporte r entrando a la UBT u en la condición de tráfico p = Viajes de regreso de empleados entrando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes de regreso por demanda de servicios de sectores económicos entrando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes de regreso por demanda equipamiento entrando a la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p

$$(1/IOVX_{r,p}) VAR_{t,u,r,p} = REE_{t,u,r,p} + RYS_{t,u,r,p} + RYE_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UVI \quad \forall r \in MUP(u) \quad \forall p \in CVP$$

- **VBEI_{t,i,r,p}**

Vehículos entrando en la intersección **i** en modo de transporte **r** a la hora **p** (vehículos-modo)

Vehículos fluyendo en la intersección u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p = Vehículos saliendo de UBTs a intersección i en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Vehículos de intersección k a i en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes entrando al sistema de tráfico en la intersección i el modo de transporte r

$$VIT_{t,i,r,p} = \sum_{u \in UIO(i)} VUI_{t,u,i,r,p} + \sum_{k \in KOR(i)} VII_{t,k,i,r,p} + VISV_{i,r}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall i \in IVI \quad \forall r \in MIV(i) \quad \forall p \in CVP$$

- **VBSI_{t,i,r,p}**

Vehículos saliendo de la intersección **i** en modo de transporte **r** a la hora **p** (viajes)

Vehículos fluyendo en la intersección u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p = Vehículos saliendo de intersección i a UBTs en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Vehículos de intersección i a k en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes saliendo del sistema de tráfico en la intersección i el modo de transporte r

$$\mathbf{VIT}_{t,i,r,p} = \sum_{u \in \text{UID}(i)} \mathbf{VIU}_{t,u,i,r,p} + \sum_{k \in \text{KDE}(i)} \mathbf{VII}_{t,i,k,r,p} + \mathbf{VSSV}_{i,r}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall i \in \text{IVI} \quad \forall r \in \text{MIV}(i) \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **VETI**_{t,u,r,p}

Viajes totales **entrando** a los sistemas de tráfico en modo de transporte **r** desde la unidad territorial **u** a la hora **p** (viajes)

$$\sum_{i \in \text{IDU}(u)} \mathbf{VUI}_{t,u,i,r,p} = \mathbf{VGI}_{t,u,r,p} + \mathbf{VGR}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UVI} \quad \forall r \in \text{MTU}(u) \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **VETR**_{t,u,r,p}

Viajes totales saliendo hacia las UBTs en modo de transporte **r** en el tramo **g** en la unidad territorial **u** a la hora **p** (vehículos-modo)

Vehículos saliendo de las intersecciones origen de la UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p = Viajes totales de regreso llegando a UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p + Viajes totales ida llegando a UBT u en el modo de transporte r en la condición de tráfico p

$$\sum_{i \in \text{IOU}(u)} \mathbf{VIU}_{t,u,i,r,p} = \mathbf{VAR}_{t,u,r,p} + \mathbf{VAI}_{t,u,r,p}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in \text{UTX} \quad \forall r \in \text{MTU}(u) \quad \forall p \in \text{CVP}$$

▪ **VCT1_{t,g,p}**

Capacidad de circulación de vehículos en el primer sentido del tramo **g** durante la hora **p** (vehículos-equivalentes)

*Vehículos equivalentes saliendo de la UBT u a las intersecciones destinos del tramo vial g
+ Vehículos equivalentes saliendo de las intersecciones destinos del tramo vial g a UBTs
+ Vehículos equivalentes que van una intersección a otra que llega al tramo vial g en el
primer sentido ≤ Capacidad de vehículos equivalentes en el tramo g*

$$\begin{aligned} & \sum_{u \in \text{UST}(g)} \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \sum_{i \in \text{ITD}(g)} \mathbf{VEQU}_r \mathbf{VUI}_{t,u,i,r,p} + \sum_{u \in \text{UST}(g)} \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \sum_{i \in \text{ITO}(g)} \mathbf{VEQU}_r \\ & \mathbf{VIU}_{t,u,i,r,p} + \sum_{i \in \text{ITO}(g)} \sum_{r \in \text{MVI}(i)} \sum_{k \in \text{KD1}(i)} \mathbf{VEQU}_r \mathbf{VII}_{t,i,k,r,p} \leq \mathbf{CIT}_{t,g} \\ & \forall t \in \{1, T\} \quad \forall g \in \text{TVI} \quad \forall p \in \text{CVP} \end{aligned}$$

▪ **VCT2_{t,g,p}**

Capacidad de circulación de vehículos en el segundo sentido del tramo **g** durante la hora **p** (vehículos)

*Vehículos equivalentes saliendo de la UBT u a las intersecciones destinos del tramo vial g
+ Vehículos equivalentes saliendo de las intersecciones destinos del tramo vial g a UBTs
+ Vehículos equivalentes que van una intersección a otra que llega al tramo vial g en el
segundo sentido ≤ Capacidad de vehículos equivalentes en el tramo g*

$$\begin{aligned} & \sum_{u \in \text{UST}(g)} \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \sum_{i \in \text{ITD}(g)} \mathbf{VEQU}_r \mathbf{VUI}_{t,u,i,r,p} + \sum_{u \in \text{UST}(g)} \sum_{r \in \text{MTU}(u)} \sum_{i \in \text{ITD}(g)} \mathbf{VEQU}_r \\ & \mathbf{VIU}_{t,u,i,r,p} + \sum_{i \in \text{ITD}(g)} \sum_{r \in \text{MIV}(i)} \sum_{k \in \text{KD2}(i)} \mathbf{VEQU}_r \mathbf{VII}_{t,i,k,r,p} \leq \mathbf{CIT}_{t,g} \\ & \forall t \in \{1, T\} \quad \forall g \in \text{TV2} \quad \forall p \in \text{CVP} \end{aligned}$$

- **VCII_{t,i,p}**

Capacidad de circulación de vehículos ida en la intersección **i** durante la hora **p** (vehículos-equivalente)

Vehículos equivalente fluyendo en la intersección ≤ Capacidad de la intersección i

$$\sum_{r \in \text{MIV}(i)} \mathbf{VEQU}_r \mathbf{VIT}_{t,i,r,p} \leq \mathbf{CII}_{t,i}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall i \in \text{IVI} \quad \forall p \in \text{CVP}$$

- **DCTI_{t,g}**

Dinámica de la capacidad del tramo **g**. (vehículos)

Capacidad del tramo g = Capacidad del tramo g en el período anterior + Expansión
Capacidad Tramo g

$$\mathbf{CIT}_{t,g} = \mathbf{CIT}_{t-1,g} + \mathbf{CTI}_{t,g}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall g \in \text{TVI}$$

- **DCII_{t,i}**

Dinámica de la capacidad de la intersección **i**

Capacidad de la intersección i = Capacidad de la intersección i en el período anterior +
Expansión Capacidad de la intersección i

$$\mathbf{CII}_{t,i} = \mathbf{CII}_{t-1,i} + \mathbf{CCI}_{t,i}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall i \in \text{IVI}$$

- **AVPI_{t,u}**

Área de las vías primarias (tramos viales más intersecciones) en la unidad territorial **u** (mts²).

Demanda de área de los tramos viales+ Demanda de área de las intersecciones ≤ Área de vías primarias en la UBT

$$\sum_{i \in IVI} \mathbf{ATVH}_m \mathbf{CII}_{t,i} + \sum_{g \in TUT(u)} \mathbf{ATVH}_m \mathbf{CIT}_{t,g} \leq \mathbf{ATP}_{t,u}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UTO$$

- **AVSE_{t,u}**

Área de las vías secundarias (internas) de la unidad territorial **u** (mts²)

Demanda de área en vías secundarias originadas por los empleados de los sectores económicos existentes en la UBT u + Demanda de área en vías secundarias originada por la capacidad instalada de los equipamientos existentes en la UBT u + Demanda de área en vías secundarias originadas por las viviendas existentes en la UBT u ≤ Área en vías secundarias

$$\sum_{c \in SEC} \sum_{w \in WSE(c)} \mathbf{DVSW}_{m,c} (\mathbf{DEE}_{t,u,w,c} + \mathbf{DEU}_{t,u,w,c})$$

$$+ \sum_{n \in NST(u)} \mathbf{DVSE}_n \mathbf{CIE}_{t,u,n} + \sum_{h \in VIU(u)} \mathbf{DVSV}_h \mathbf{NVU}_{t,u,h} \leq \mathbf{ATS}_{t,u}$$

$$\forall t \in \{1, T\} \quad \forall u \in UTO$$

- **DVSE_{t,u}**,

Dinámica de vías secundarias (internas) de la unidad territorial **u** (mts²)

Área en vías secundarias demandadas en la UBT - Área en vías secundarias demandadas en la UBT = Expansión de área en vías secundarias en la UBT u

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{ATS_{t,u} - ATS_{t-1,u} = DVS_{t,u}} \\
 & \forall \mathbf{t \in \{1, T\}} \quad \forall \mathbf{u \in UTO}
 \end{aligned}$$

5.6 FUNCIÓN OBJETIVO

La función objetivo determinada se basa en el concepto del sistema integrado para el reparto de cargas y beneficios desarrollada.

El sistema integrado de cargas y beneficios establece que, dado que las nuevas construcciones no puedan realizar aportes de área para espacio público, deberán aportar una cantidad proporcional en dinero. El aporte en dinero viene dado por un porcentaje del costo del área lote que debió ser aportado. El costo del área lote varía para las UBTs. El dinero recogido será invertido en la infraestructura necesaria de equipamientos vías primarias secundarias e intersecciones.

Se consideran la siguiente función objetivo:

- **MDC**

Costo Total. Minimización de la diferencia de los costos de inversión.

Esta función busca equilibrar el dinero aportado por la construcción privada para la financiación de construcción de espacio público, equipamientos y vías en la ciudad

MDC= Costos construcción nuevas área de los niveles de servicio + Costo área demolida de los niveles de servicio + Costo construcción nuevas área de espacio público local+ Costo construcción nuevas área de espacio público global + Costos construcción del área de nuevas vías + Costos de construcciones de nuevas intersecciones - (Aporte en dinero de las nuevas construcciones realizadas para vivienda + Aporte en dinero de las nuevas

construcciones de un piso realizadas para sectores económicos + Aporte en dinero de las nuevas construcciones de varios pisos realizadas para sectores económicos

$$\begin{aligned}
 \mathbf{MDC} = & (\sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \sum_{n \in \text{NST}} \mathbf{CQC}_{t,u,n} \mathbf{CAEE}_{t,u,n} + \sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \sum_{n \in \text{NST}} \mathbf{CQD}_{t,u,n} \mathbf{CDEP}_t + \sum_t \\
 & \sum_{u \in \text{UBT}} \mathbf{CSL}_{t,u} \mathbf{CASL}_{t,u} + \sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \mathbf{CSJ}_{t,u} \mathbf{CASJ}_{t,u} + \sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \mathbf{DVS}_{t,u} * \mathbf{CAVS}_t + \sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \\
 & \sum_{g \in \text{TVI}} \mathbf{CCI}_{t,i,p} \mathbf{CCCI}_{t,i}) - (\sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \sum_{h \in \text{VIV}} \mathbf{VIC}_{t,u,h} \mathbf{FVIC}_{t,u,h} \mathbf{CSPU}_{t,u} * \mathbf{FAEV}_u + \sum_t \sum_{u \in \text{UBT}} \\
 & \sum_{c \in \text{SEC}} \mathbf{CIC}_{t,u,c} \mathbf{FCIC}_{t,u,c} \mathbf{CSPU}_{t,u} * \mathbf{FAES}_u + \sum_t \sum_{c \in \text{SEC}} \sum_{u \in \text{UBT}} \mathbf{CIP}_{t,u} \mathbf{FCIC}_{t,u,c})
 \end{aligned}$$

6. CASO DE ESTUDIO

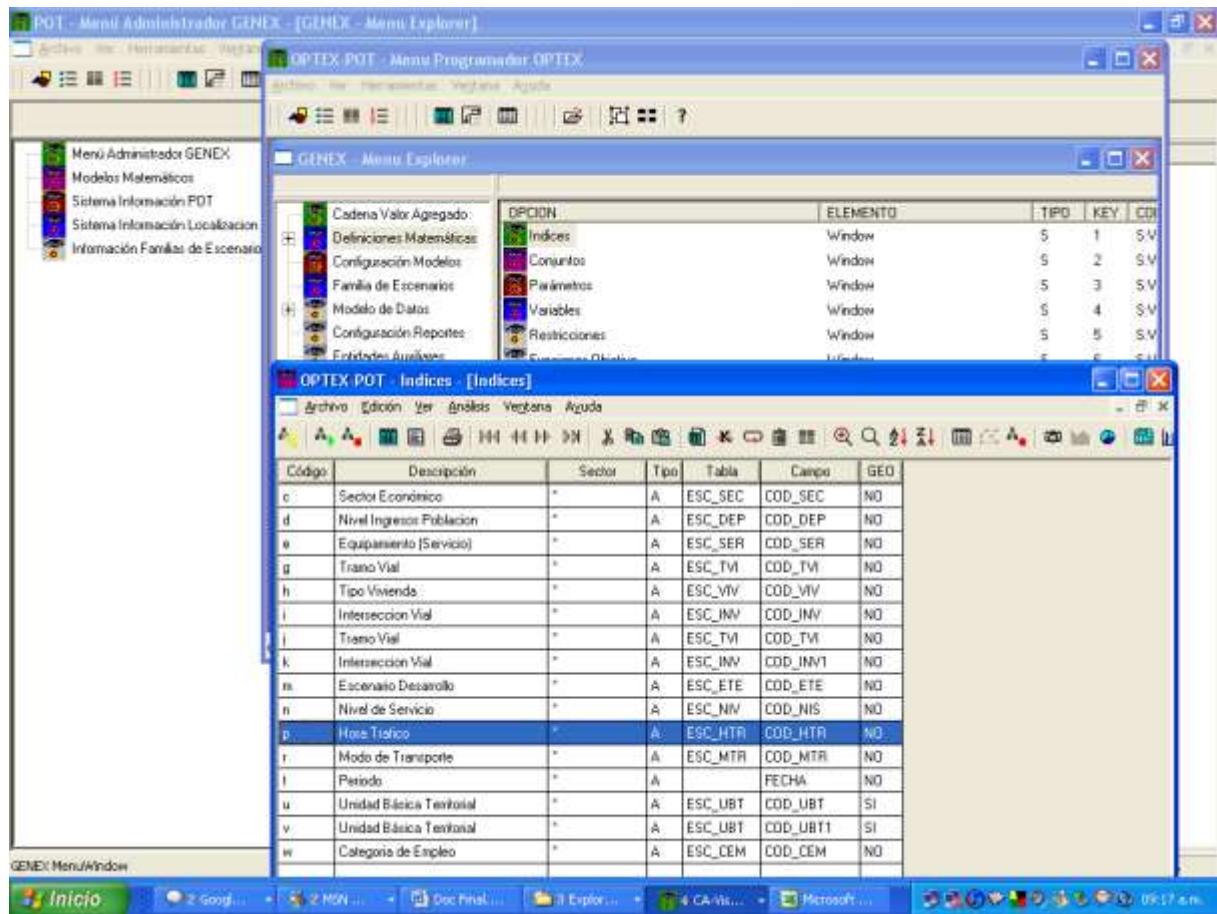
Este modelo es el resultado de una consultoría desarrollada para la alcaldía de Medellín como soporte para la toma de decisiones en el proceso de planeación destinado a aportar elementos técnicos para diseñar y ajustar los lineamientos de ordenamiento territorial de Medellín, del área metropolitana y de su zona de influencia.

El caso de estudio presentado corresponde a un corrida de la implementación de ésta accesoria.

6.1 HERRAMIENTA

La herramienta utilizada para el desarrollo del modelo matemático propuesto fue GENEX-OPTEX, software que permite desarrollar sistemas computaciones para apoyar los procesos de toma de decisiones (DSS: Decisión support system). Este integra en un solo ambiente las tecnologías de sistemas de información y de algoritmos de optimización para problemas de gran tamaño

ILUSTRACIÓN 19. INTERFAZ GRAFICA GENEX



6.2. DATOS UTILIZADOS

A continuación se presenta una caracterización de la ciudad planteada, por medio de la cual se muestra una idea general de la configuración de ésta, el tipo de interacciones que pueden existir para sus agentes, entre otros aspectos.

- La ciudad y su área metropolitana influyente se dividió en 273 UBTs.
- Las UBTs que se agrupan dentro del grupo UV1 son 263.
- Las UBTs pertenecientes al grupo UV2, es decir al área metropolitana, son 10. Cada municipio del área metropolitana conforma una UBTs
- Las UBTs que aceptan desplazados son 49.

- Las UBTs que están en capacidad de ceder espacio público, y área para vías, son 262
- Las UBTs en las cuales se puede ubicar espacio público global son 38.
- Las UBTs que permiten construcciones de sectores económicos de un piso son 83.
- Las UBTs que solo permiten construcciones de varios pisos para los de sectores económicos son 172 .
- Las UBTs que no permiten construcciones de sectores económicos son 17.
- Las UBTs que permiten construcción de vivienda son 219.
- Las UBTs que no permiten establecer viviendas son 54.
- Las UBTs cuya restricción de máxima construcción de área se da por índice de construcción son 210.
- Las UBTs cuya restricción de máxima construcción de área se da por índice de densidad son 63.
- Las UBTs que permiten construcción o posee equipamientos son 228.
- Las UBTs que no permiten construcción de equipamientos son 45.

A continuación se presenta el tipo de entidades que se manejaron para la ciudad:

- El nivel de ingresos de la población se dividió en quintiles. Para los quintiles y su identificación en Genex se estableció un código. El código del quintil puede ser visto en la primera columna de la tabla siguiente. Los códigos de los quintiles fueron propuestos de tal forma que a mayor quintil mayor nivel de ingresos. La descripción del quintil se encuentra ubicada en la segunda columna de la tabla. En la tercera columna de la tabla se puede observar los quintiles a los cuales entra la población desplazada.

Tabla 2. Datos de Nivel de Ingresos

Código Nivel de Ingresos	Descripción	Nivel de Ingresos Desplazados
Q1	Quintil 1	SI
Q2	Quintil 2	NO
Q3	Quintil 3	NO
Q4	Quintil 4	NO
Q5	Quintil 5	NO

- Las categorías de empleo en las cuales se agrupo la población fueron tres. En la tabla siguiente se puede ver en la primera columna un código que se desarrollo para Genex y la descripción de la categoría de empleo.

Tabla 3. Clasificación categoría de empleo

Código Categoría de Empleo	Descripción
CD	Directivos
CP	Profesionales
COF	Operarios - Formal

- Cada categoría de empleo se relacionó con un nivel de ingresos. De acuerdo con datos históricos, un porcentaje de la población de cada nivel de ingresos pertenece a una categoría de empleo (FWFD). La correspondencia entre ellos se plantea en la tabla siguiente:

Tabla 4. Clasificación categoría de empleo y Nivel de ingresos

Categoría de Empleo	Nivel de Ingresos	FWFD
COF	Q1	200
COF	Q2	300
COF	Q3	500
CP	Q4	400
CD	Q5	1000
CP	Q5	600

- Los sectores económicos se dividieron en ocho (8) categorías (Tabla 5) de acuerdo con las actividades de las empresas. Estos dependiendo del tipo de actividad que encierran pueden requerir o no construcciones de un solo piso (tercera columna de la tabla). Los sectores económicos se clasifican de acuerdo a si prestan o no servicios a la población (cuarta columna de la tabla), ya que esto determina la decisión de desplazamiento a través del sistema de tráfico de la población que demanda sus servicios.

Tabla 5. Clasificación sectores económicos

Código Sector Económico	Descripción	Construcciones de un piso	Prestación de Servicios
AG	Agropecuario	NO	NO
IM	Industrial	NO	SI
EGA	Electricidad, Gas y Agua	NO	NO
CNC	Construcción	NO	NO
CMRH	Comercio, Hoteles	SI	NO
TCOM	Transporte y Comunicaciones	NO	NO
FSIE	Establecimientos Financieros	SI	NO
SSPC	Servicios Sociales,	NO	NO

- Cada sector económico de acuerdo con las características de su actividad demanda ciertas categorías de empleo. En la tabla 6 se especifican cuales son las categorías de empleo necesarias por cada sector económico

Tabla 6. Categoría de empleo x Sector Económico

Categoría de Empleo	Sector Económico
CD	AG
CD	MP
CD	IM
CD	EGA
CD	CNC
CD	CMRH
CD	TCOM
CD	FSIE
CD	SSPC

Categoría de Empleo	Sector Económico
CP	AG
CP	MP
CP	IM
CP	EGA
CP	CNC
CP	CMRH
CP	TCOM
CP	FSIE
CP	SSPC

Categoría de Empleo	Sector Económico
COF	AG
COF	MP
COF	IM
COF	CNC
COF	CMRH
COF	TCOM
COF	FSIE
COF	SSPC

- La población demanda un determinado tipo de vivienda de acuerdo con su nivel de ingreso. Los tipos de vivienda se encuentran en la tabla 7, y en la tabla 8 se establece el nivel de ingreso que demanda cada tipo de vivienda.

Tabla 7. Clasificación tipo de viviendas

Código Tipo de Vivienda	Descripción	DVS
VIS	Vivienda de interés	200
VT1	Vivienda tipo 1	300
VT2	Vivienda tipo 2	600
VT3	Vivienda tipo 3	1000

Tabla 8. Tipo de viviendas x Nivel de ingresos

Nivel de Ingresos	Tipo de Vivienda	DEVD
Q1	VIS	28000
Q2	VT1	32000
Q3	VT2	50000
Q4	VT2	50000
Q5	VT3	160000

Los equipamientos de una ciudad se clasificaron en ocho (8) categorías (tabla 9). Se tienen dos tipos de equipamiento salud y educación. Cada uno de ellos fue dividido en varios niveles de servicio

Tabla 9. Clasificación de los niveles de servicio

Código Nivel de Servicio	Descripción
NEP	Preescolar y primaria
NES	Secundaria
NEU	Tecnológico y universidad
NEM	Postrados
NSB	Baja complejidad
NSM	Media complejidad
NSA	Alta complejidad

- Al igual que los sectores económicos los niveles de servicio también demanda ciertas categorías de empleo. Las categorías de empleo demandadas por cada nivel de servicio se presentan en la tabla 10.

Tabla 10. Niveles de servicio x Categoría de empleo

Nivel de servicio	Categoría de Empleo
NEM	CD
NEM	COF
NEM	CP
NEP	CD
NEP	COF
NEP	CP
NES	CD
NES	COF
NES	CP
NEU	CD
NEU	COF
NEU	CP

Nivel de servicio	Categoría de Empleo
NSA	CD
NSA	COF
NSA	CP
NSB	CD
NSB	COF
NSB	CP
NSM	CD
NSM	COF
NSM	CP

- Se clasificaron siete (7) diferentes tipos de modo de transporte, (Tabla 11), caracterizados por su utilización para el transporte de personas (tercera columna de la tabla). La determinación del número de vehículos equivalentes se realizó con base al modo AT. Esta información se encuentra en la cuarta columna de la tabla siguiente.

Tabla 11. Clasificación de los modos de transporte

Código Modo de Transporte	Descripción	Transporte de Personas	Vehículos Equivalentes
ME	Metro	SI	10000
MP	Metroplus	SI	2500
TM	Transporte colectivo	SI	2500
AT	Automotores y taxis	SI	1000
MT	Motos	SI	500
PE	Peatonal	SI	100
TC	Transporte de Carga	NO	3000

- Las intersecciones fueron clasificadas de acuerdo con la capacidad de flujo vehicular de, parámetro CNTI. En la tabla 12, se muestran los tipos de intersección existente, en la primera columna, una pequeña descripción de estas (segunda columna), y la capacidad en vehículos equivalentes de la intersección (tercera columna)

Tabla 12. Clasificación de los tipos de intersección

Código Tipo de Intersección	Descripción	CNTI
MUN	Intersecciones Tipo Municipio	877395600
PRI	Prioridad	1534000000
SEM	Semaforizada	969000000
GLO	Glorieta	3227000000
DES	Desnivel	1362000000
OTR	Otros	4459000000

6.3. ANALISIS DEL MODELO

Los resultados presentados corresponden a una corrida de calibración del modelo. La corrida fue realizada para un período de cuatro años.

La corrida desarrollada se planteó como un problema de minimización de la función objetivo MCD. Por medio de esta función objetivo se pretende minimizar la diferencia de dinero que la administración municipal debe aportar para cumplir con las necesidades de la población y de los sectores económicos.

A continuación se realizan algunas anotaciones con respecto al estado inicial de la ciudad planteada:

La distribución de los equipamientos de educación y salud no se da de acuerdo con la densidad de la población dentro de las UBT. Se encuentran UBTs altamente pobladas sin la capacidad suficiente de niveles de servicio. La mayoría de estas UBTs además no garantizan el área de espacio público mínimo por habitante. Existe una situación grave relacionada con la malla vial, ya que en un grupo de UBTs caracterizadas por un alto nivel de ingreso de la población, la demanda de malla vial es mayor a la oferta. La distribución de suelos en la ciudad se caracteriza por no existir sectores claros: empresas y vivienda.

Las UBTs que conforman el área metropolitana se caracterizan por sectores económicos agrícolas de baja concentración poblacional

6.4. DISCUSION DE RESULTADOS

A continuación se comentan los resultados arrojados por el caso propuesto

Los resultados entregados relacionados con el espacio público muestran la asignación de espacio público local en algunas UBTs, pero la cantidad de área asignada resulta 16 veces menor a las realizadas de espacio público global. Lo que demuestra la carencia de área de espacio público para determinadas UBTs. La asignación de espacio público global se concentro en UBTs caracterizadas por ser zonas en las cuales la explotación del suelo es mínima. A continuación se presenta los resultados arrojados por el modelo en la tabla 13 y 14.

Tabla 13. Asignación de espacio público local

UBT	FECHA	Esp. Público Local (mts ²)
RD-01-1	01/01/2004	0,186955
RD-01-2	01/01/2004	0,186955
RD-02-3	01/01/2004	0,186955
RD-02-4	01/01/2004	0,186955
SA-D-10	01/01/2004	2054,932462
SA-D-11	01/01/2004	2656,511192
SA-D-12	01/01/2004	2277,699893
SA-D-13	01/01/2004	2101,967435
SA-DE-5	01/01/2004	1960,705732
SA-RED-19	01/01/2004	2968,718001
SA-RED-20	01/01/2004	2335,519372
SA-RED-21	01/01/2004	2079,342149
SC-D-8	01/01/2004	848,337209
SC-D-9	01/01/2004	848,337209
Z1-R-1	01/01/2004	692,6592
Z1-RED-1	01/01/2004	2395,327134
Z1-RED-22	01/01/2004	4437,966884
Z1-RED-23	01/01/2004	7400,987037
Z1-RED-24	01/01/2004	629,49915
Z1-Z3-RED-2	01/01/2004	498,05522

Z1-Z3-RED-3	01/01/2004	0
Z2-D-6	01/01/2004	1642,474565
Z2-DE-4-A	01/01/2004	2423,530606
Z2-DE-4	01/01/2004	5175,72
Z2-RED-15	01/01/2004	2335,28182
Z2-RED-16	01/01/2004	24068,38463
Z2-RED-17	01/01/2004	2278,379229
Z2-RED-18	01/01/2004	0
Z3-R-2	01/01/2004	20951,17875
Z3-R-3	01/01/2004	2788,988191
Z3-R-4	01/01/2004	8897,94
Z3-R-5	01/01/2004	3204,585039
Z3-R-6	01/01/2004	0
Z3-RED-4	01/01/2004	40024,467
Z3-RED-5	01/01/2004	16282,17481
Z3-RED-6	01/01/2004	46073,58971
Z4-DE-3	01/01/2004	2031,100075
Z4-DE-7	01/01/2004	2352,440863
Z4-R-7	01/01/2004	36467,4
Z4-RED-12	01/01/2004	12378,07128
Z4-RED-13	01/01/2004	7097,138815
Z4-RED-14	01/01/2004	7289,685286
Z5-D-1	01/01/2004	8224,882276
Z5-D-3-A	01/01/2004	77,555018
Z5-D-3-B	01/01/2004	463,269303
Z5-D-3A-1	01/01/2004	32,314591
Z5-D-3A-2	01/01/2004	888,531612
Z5-D-3A-3	01/01/2004	9736,628949
Z5-D-3B	01/01/2004	1420,410775
Z5-D-3C	01/01/2004	51,703345
Z5-RED-7	01/01/2004	20634,966
Z5-RED-8	01/01/2004	1589,8
Z5-RED-9-A	01/01/2004	31024,11699
Z5-RED-9-B	01/01/2004	24951,586
Z5-RED-9-C	01/01/2004	1204,591992
Z6-D-4	01/01/2004	1304,310702
Z6-D-5	01/01/2004	610,884254
Z6-DE-1	01/01/2004	643,544077
Z6-DE-2	01/01/2004	340,815234
Z6-DE-6	01/01/2004	207,397899
Z6-RED-10-A	01/01/2004	697,178813
Z6-RED-10-B	01/01/2004	754,618
Z6-RED-10-C	01/01/2004	59580,4
Z6-RED-10-D	01/01/2004	4142,9
Z6-RED-10-E	01/01/2004	4140,3
Z6-RED-10-F	01/01/2004	4213,6

Z6-RED-10-G	01/01/2004	2572,4
Z6-RED-10-H	01/01/2004	4213,6
Z6-RED-10-I	01/01/2004	1918,5
Z6-RED-10-J	01/01/2004	8076
Z6-RED-10-K	01/01/2004	8581,2
Z6-RED-11	01/01/2004	2497,726621
Area Total Asignada		484.745,58

Tabla 14. Asignación de espacio público global

UBT	FECHA	Esp. Público Local (mts²)
Z5-CN2-18	01/01/2004	3008502,321
Z4-CN2-32	01/01/2004	1261942,269
Z3-Z5-CN2-13	01/01/2004	744742,6582
CN2-01	01/01/2004	742531,4219
Z4-CN1-8	01/01/2004	720591,729
Z6-CN1-5	01/01/2004	574659,8242
SA-CN1-18	01/01/2004	500957,4102
Z2-CN2-38	01/01/2004	410832,2373
Z5-CN2-19	01/01/2004	225852,7007
Área Total Asignada		8.190.612,57

Los resultados encontrados con relación a los sectores económicos muestran un desbalance de los centro de oferta y demanda para las categorías que agrupa comercio y hoteles y sectores financieros. Los resultados permiten ver que es más rentable para la ciudad la demolición de ciertas áreas, para algunos sectores económicos y su ubicación en otros sitios, para aumentar el cubrimiento de la población. Estos resultados son acordes a los datos, ya que son estas dos categorías de sectores económicos las que originan movimiento a través de la malla vial. El panorama mostrado permite además concluir que las nuevas construcciones se desarrollan en UBTs o UBTs vecinas a sitios de alta densidad poblacional.

En el tema de vivienda los resultados muestra que un alto porcentaje de la construcción se da para viviendas de interés social y para la categoría de vivienda asignada para los quintiles más pobres, en especial para aquellas zonas de alta densidad territorial. La construcción de vivienda de los quintiles más ricos es baja. Los resultados también indica

la existencia de un exceso de viviendas para altos quintiles de ingresos de la población, lo que deja ver que la capacidad en tipos de vivienda presentes en la ciudad, no están acordes a las necesidades de la población que pertenece a ciertos niveles de ingreso.

Para equipamientos los resultados muestran una elevada cantidad de construcciones para niveles de servicio de salud, NSB, NSM, NSA. Las construcciones de estas áreas se dan en el mismo lugar donde se origina la demanda según lo encontrado, ya que los resultados muestran una distribución de infraestructura de niveles de servicio muy cerca da la población. Además se puede ver una alta construcción de equipamientos en las UBTs pertenecientes al área metropolitana.

7. CONCLUSIONES

En éste documento se presentó un modelo de apoyo a la toma de decisiones del plan de ordenamiento territorial (POT). La metodología utilizada para el planteamiento y solución de éste fueron modelos matemáticos.

La modelación matemática se constituye en una herramienta que permiten representar los diferentes sistemas de una ciudad (vivienda, equipamientos, sectores económicos y transporte) y la interacción existente entre ellos. Los modelos matemáticos desarrollados para apoyar la toma de decisiones en el POT, permiten adaptarse y evaluar los adelantos que en el tema de regulaciones han sido llevados a cabo en los POTs anteriores y de igual forma, permitirían realizar evaluaciones sobre las nuevas disposiciones que en torno al OT el gobierno podría llegar a plantear. De está forma, el gobierno puede conocer los efectos de las regulaciones sin su aplicación, y así determinar la conveniencia o no de tales normas.

El modelo propuesto integra los sistemas encontrados en una ciudad y sus interacciones. Es así como se desarrollaron siete (7) modelos divididos de acuerdo con la problemática trabajada. El resultado fueron modelos de: población, usos de suelo, vivienda, sectores económicos, equipamientos, empleo y movilidad.

Las personas, su flujo crecimiento y comportamiento fueron representados en el modelo de población. Las ecuaciones planteadas para este modelo permiten estudiar la dinámica del comportamiento de la población, que nace por la demanda de empleados de los sectores económicos, y la dinámica externa de adicción de población. La integración de personas a la ciudad permite representar la problemática del desplazamiento forzado, la cual se constituye en una realidad colombiana. El estudio de éste fenómeno permite garantizar el desarrollo de planes que puedan llegar a velar por la calidad de vida de estas

personas garantizándole el cumplimiento de sus necesidades básicas. Este modelo, además permite, conocer por medio de la caracterización de la población a un nivel de ingresos, un comportamiento característico de acuerdo al cual se puede analizar la demanda de viviendas, servicios bienes y transporte.

El modelo de vivienda permite estudiar cuales serán las demandas de espacio proyectadas. Se pueden establecer además diferentes tipos de vivienda, para representar las características de las personas en el proceso de selección. De tal manera que la población demandará un tipo de vivienda de acuerdo al nivel de ingresos al cual pertenezca. El modelo de vivienda permite estudiar la regulación del número de piso, índice de ocupación y densidad territorial de las UBTs. Así es posible ver los efectos que restricciones más fuerte de estos aspectos pueden hacer en torno a la ciudad y buscar escenarios que garanticen un desarrollo sostenible y una repartición equitativa.

El modelo de equipamiento permite estudiar no solo las regulaciones que en torno a construcción se pueden dar, sino establece cual es la distribución espacial de los niveles de servicio que maximiza la población atendida, teniendo como objetivo un beneficio social.

El modelo de sectores económicos, al igual que el de equipamientos, lleva a determinar las demandas en áreas para llegar a un escenario económico. De ésta manera el gobierno podrá conocer y hace frente a las necesidades de estos y trabajar por su satisfacción.

El modelo de movilidad, permite conocer cuales son las demandas que en torno a vías hará la población en su flujo por una ciudad en búsqueda de sitios de empleo, servicios de sectores económicos, equipamientos, etcétera. De esta manera se podrá garantiza no solo una malla vial que atienda las necesidades sino que garantice un nivel de vida. Este

modelo permitirá el estudio de los caminos posibles para ampliar el sistema vial, de tal manera que se estimule un determinado modo de transporte.

Y es así, como por medio de los modelos matemáticos apoyando la toma de decisiones de los POT se podrá llegar a una ciudad armónica, con una repartición del suelo justo y sostenible económicamente.

El presente trabajo muestra las bondades de la utilización de los modelos matemáticos para el diseño y la evaluación de los POT. Una posible extensión de éste, es el análisis del problema desde el punto de vista de la optimización multicriterio, ya que en la problemática tratada se trabajan a la vez varios factores (geográficos, demográficos, económicos, culturales ambientales y políticos) y estos pueden estar en competencia. Además, la toma de decisiones del POT involucra múltiples agentes con intereses variados, un ejemplo de esto puede ser evidenciado en la perspectiva de ciudad que busca el gobierno y los sectores económicos; ya que por ejemplo, mientras el gobierno busca maximizar el beneficio social, los sectores económicos pueden buscar maximizar su ganancia.

8. BIBLIOGRAFIA

- Aalborg Charter (1994). "Charter of European Cities and Towns Towards Sustainability". <http://www.iclei.org/europe/echarter.htm>
- Administraciones Municipales. Planes de Desarrollo Municipios del Valle de Aburrá, 1991-2003.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 1998. Plan estratégico de Medellín y el Área Metropolitana 2015, La Visión y los proyectos. Medellín, Colombia
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 1999. Orientaciones metropolitanas de ordenamiento territorial. Medellín, Colombia
- BATESSE; G.E. Y COELLI, T.J. "Frontier Production Functions, Technical Efficiency and panel Data: With Application to Paddy Farmers in India", *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 3, pgs. 153-169. (1992).
- BATESSE; G.E. Y COELLI, T.J. "Prediction of Firm-Level Technical Efficiencies With a Generalised Frontier Production Function and Panel Data", *Journal of Econometrics*, Vol. 38, pgs. 387-399. (1988).
- BOSCH, N.; PEDRAJA, F. Y SUÁREZ, J. "La Medición de la Eficiencia en la Prestación de los Servicios Públicos Locales: El Caso del Servicio de Recogida de Basuras". Centro de Estudios sobre Economía Pública. Fundación BBV. Junio. (1998).
- BOGARDI, J. y H. P. NACHTNEBEL (1994). Multicriteria decision analysis in water resources management. UNESCO and International Hydrological Programme.
- Cámara de Comercio de Medellín para Antioquia. Propuesta: Modelo Integral de Planeación Y Simulación para la Gestión Social del Desarrollo dn Medellín, Área Metropolitana y Antioquia. Marzo de 2004.
- CHARNES, A., COOPER, W. W., and RHODES, E. "Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through". *Management Science*, Vol. 27, nº 6, pgs. 668-697. (1981).
- CHARNES, A., COOPER, W. W., and RHODES, E. "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research* 2: 429-444. (1978)

- Cohen E. , Martinez R. y Donoso P. (2003). "Localización De Infraestructura Educativa Para Localidades Urbanas de la Provincia de Buenos Aires". Ministerio de Educación, Argentina. Naciones Unidas CEPAL, División de Desarrollo Social, Santiago de Chile.
- Daly, H.E. (1991). "Steady State Economics". Washington, D:C: Island Press.
- CENTRO DE ESTUDIOS EN ECONOMÍA SISTÉMICA, (ECSIM).Propuesta de modelo integral de planeación y simulación para la gestión social del desarrollo en el área metropolitana y determinación de los impactos ambientales, urbanos y de movilidad. Medellín, Colombia.Alcaldía de Medellin.2005.
- Goicoechea, A., D. Hansen y L. Duckstein (1982). Multiobjective decision analysis with engineering and business applications. John Wiley and Sons.
- Gómez S., Diego. Economía Sistémica. Medellín, Colombia. En proceso de publicación. 2004
- Haimes, Y. Y. y W. A. Hall (1977). Sensitivity, responsivity, stability, irreversibility as multiple objectives in civil systems. *Advances in Water Resources*, 1(2).
- Haimes, Y. Y., D. A. Wismer y L. S. Lasdon (1971). On bicriterion formulation of the integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, SMC-1, 196-297.
- Lautso, Spiekermann, Wegener, 2002. Modelling Policies for Urban Sustainability. Paper presented at the 42nd Congress of the European Regional Science Association (ERSA), Dortmund, 27-31.
- Luce, R. D. y H. Raifa (1957). *Games and decisions*. Wiley, New York.
- Rave, Smith, Cadena, et al., 2005. Evaluación Integrada Energía Ambiente Economía para la planificación sostenible de núcleos locales. Caso de aplicación Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Documento completo. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.
- Rosenbaum, Koenig, 1997. Evaluation of modeling tools for assessing land use policies and strategies. U.S. Environmental Protection Agency, EPA420-R-97-007. California
- Savage, L. J. (1954). *The Foundations of Statistics*, Dover, New York.
- Smith R., O. Mesa, I. Dyner, P. Jaramillo, G. Poveda y D. Valencia (2000). *Decisiones*

con múltiples objetivos e incertidumbre. 2ª edición. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas, Medellín.

- The Florida Department of Transportation, 1996. ZDATA2 Study Technical Memorandum No. 3. Land Use Allocation Methodologies and Their Applicability In Florida. Miami Beach, Florida
- Tulkens, H. "On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit," Journal of Productivity Analysis 4: 183-210. (1993)
- Verburga, Schota, Dijsta,. Veldkampb. Land use change modelling: current practice and research priorities. Faculty of Geographical Sciences, Utrecht University, GeoJournal: in press
- Von Neumann, J. y O. Morgenstern (1947). Theory of games an economic behavior. 2nd Ed., Princenton Univ. Press, Princenton.
- WCED - World Commission on Environment and Development (1987). "Our Common Future". Oxford: Oxford University Press.
- White, Engelen, 2000. High-resolution integrated modelling of the spatial dynamics of urban and regional systems. Computers, Environment and Urban Systems, 24 (2000) 383±400. www.elsevier.com/locate/compenvurbsys
- Zadeh, L. (1963). Optimality and Non-Scalar-Valued performance criteria. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-8, No 59.
- Zeleny, M. (1973). Compromise Programming. In: Multiple criteria decision making, J. L. Cochrane and M. Zeleny (Editors). University of South Carolina Press, Columbia, South Carolina, 263-301.
- Modelística (2005) "Descripción General del Sistema TRANUS".
- Abraham, J. E. and Hunt, J. D. (2002). "Spatial Market Representations: Concepts and Application to Integrated Planning Models".
- Biblioteca Virtual de Economía y Enciclopedia Multimedia Interactiva (EVMII) (<http://www.eumed.net/cursecon/>)
- <http://www.derechos.org/nizkor/colombia/desplazados/a.html>

- SARAVIA, Danilo (1994), El sureste de Nicaragua, una experiencia de ordenamiento ambiental del territorio, Noviembre.
- Southworth, Frank. A Technical Review of Urban Land Use--Transportation Models as Tools for Evaluating Vehicle Travel Reduction Strategies. (Julio 1995).Via Internet.
<http://ntl.bts.gov/DOCS/ornl.html>
- Waddell Paul; Freyr, Gudmundur introduction to urban simulation:Design and development of operational Models. Bia Intenet.
<http://www.urbansim.org/papers/waddell-ulfarsson-ht-IntroUrbanSimul.pdf>

