

# **UNIVERSIDAD DEL NORTE**

**Departamento de Ingeniería Mecánica**



## **Desarrollo De Una Metodología De Apareamiento Efectivo Para Sistemas De Control MIMO en Procesos Industriales**

### **TESIS**

Para la Obtención de Título de:  
**Magíster en Ingeniería Mecánica**

**Oscar David Cortés Diart**

Barranquilla, Colombia  
Noviembre de 2013

# **UNIVERSIDAD DEL NORTE**

**Departamento de Ingeniería Mecánica**



## **Desarrollo De Una Metodología De Apareamiento Efectivo Para Sistemas De Control MIMO en Procesos Industriales**

Para la Obtención de Título de:  
**Magíster en Ingeniería Mecánica**

**Oscar David Cortés Diart**

Trabajo dirigido por:  
**Marco E. Sanjuán, PhD.**

Barranquilla, Colombia  
Noviembre de 2013

# CONTENIDO

1. Introducción.....	7
1.1. Control Automático De Procesos Multivariados .....	7
1.2. Descripción General Del Problema .....	10
1.3. Objetivos .....	12
Objetivo General.....	12
Objetivos Específicos .....	13
1.4. Resumen Del Documento .....	13
2. Estado Del Arte .....	14
2.1. Propiedades De Los Métodos De Apareamiento.....	14
2.2. La Matriz De Ganancias Relativas (RGA).....	17
2.2.1. Matriz De Ganancias Relativas En Disminución De Tamaño Del Sistema .....	21
2.3. Matriz Dinámica Relativa .....	22
3. Evaluación Y Mejoramiento De La Efectividad Del RGA .....	25
3.1. Evaluación De La Efectividad Del RGA .....	25
3.1.1. Simulación Del Proceso.....	26
3.1.2. Identificación y Selección del Apareamiento Recomendado.....	26
3.1.3. Sintonización De Controladores .....	27
3.1.4. Simulación En Lazo Cerrado.....	31
3.1.5. Respuesta Dinámica E Índice De Efectividad.....	32
3.2. Análisis De Efectividad Del RGA .....	35
4. Desarrollo Y Verificación De Nueva Metodología De Apareamiento.....	43
4.1. Diseño de Metodología Para Apareamiento Efectivo .....	43
4.2. Ejemplo De Aplicación EPRBM.....	45
5. Conclusiones y Recomendaciones .....	52
Conclusiones .....	52

Recomendaciones.....	53
Referencias.....	54
Anexos .....	59
Implementación Simulación .....	59
Programa Evaluación De Efectividad RGA .....	60
Evaluación de apareamientos RGA.....	63
Programa Evaluación De Efectividad RNGA.....	64
Evaluación De Apareamientos RNGA.....	67
Tanque de Mezclado.....	68

# LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 - Secuencia General Del Diseño De Sistemas De Control, Adaptado De [2] .....	8
Figura 2. Respuesta del sistema ante un cambio en el setpoint para ambos apareamientos .....	11
Figura 3. Resumen de métodos de apareamiento. Adaptado de [2] .....	15
Figura 4. Diagrama Causa-Efecto Común .....	16
Figura 5. Cuadro Comparativo Métodos IO [2] .....	16
Figura 6. Ruta Para La Evaluación De La Efectividad.....	25
Figura 7 Métodos De Sintonización Multivariada, Adaptado De [30] .....	28
Figura 8. Secuencia lógica de la simulación .....	31
Figura 9. Cantidad Fallas RGA Vs Escalamiento.....	36
Figura 10. Efectividad RGA Vs Ganancias Apareamiento. ....	38
Figura 11. Detalle Efectividad RGA.....	39
Figura 12. Aciertos Del RGA Explicados Por Regresión Logística .....	41
Figura 13. Fallas Del RGA Explicados Por Regresión Logística.....	42
Figura 14. Secuencia De Decisión Planteada .....	43
Figura 15. Ejemplo de Aplicación-Tanque de Mezclado.....	45
Figura 16. Respuesta Variable Controlada uno.....	48
Figura 17. Movimientos En La Válvula Del Lazo Uno. ....	49
Figura 18. Respuesta Variable Controlada dos. ....	49
Figura 19. Movimientos En La Válvula En El Lazo Dos.....	50
Figura 20. Comparación Efectividad RGA & RNGA Vs EPRBM.....	51
Figura 21. Comparación Efectividad RGA & RNGA Vs EPRBM.....	51
Figura 22. Esquema Simulación Evaluación Efectividad.....	59
Figura 23. Esquema Tanque de Mezclado.....	68

# LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Variación En El RGA En Función Error En Cálculo De K, Basado En [3] .....	19
Tabla 2. Rangos de Variación de Parámetros del Proceso .....	32
Tabla 3. Coeficientes de Correlación.....	35
Tabla 4. Valores Para Simulación 2x2 .....	69

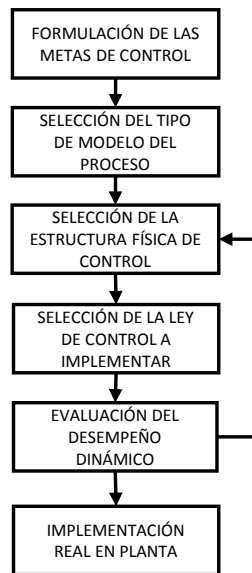
# 1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas la industria de procesos ha tenido un crecimiento importante en el desarrollo de unidades de producción más compactas que tratan de fusionar las distintas operaciones unitarias en un mismo equipo. Lo anterior tiene como ventaja el ofrecer un mejor aprovechamiento de la energía, menores costos de operación, procesos ecológicamente amigables y económicamente más rentables. Sin embargo, estos cambios traen consigo un aumento en la complejidad y cantidad de variables asociadas al proceso, lo que dificulta enormemente la estabilidad y controlabilidad de los mismos [1]. Si a lo anterior sumamos que el controlador PID descentralizado sigue siendo el tipo de controlador más utilizado en el control automático, se explica el interés en garantizar un desempeño óptimo aun utilizando controladores de este tipo en procesos MIMO (Multiple Input-Multiple Output). El correcto apareamiento de variables manipuladas y controladas es uno de los primeros, y más importantes pasos en el diseño de un sistema de control multivariado y es el objeto de estudio de la presente investigación.

## 1.1. CONTROL AUTOMÁTICO DE PROCESOS MULTIVARIADOS

Uno de los retos más importantes que afronta la industria de control de procesos, en la actualidad, es precisamente garantizar la operación óptima de unidades complejas, sin comprometer la seguridad ni la integridad de los equipos asociados. Si combinamos el mayor grado de complejidad, el uso de energías alternativas y la necesidad de adaptación rápida debido a optimizaciones de producción y calidad, obtenemos como resultado que la dinámica de proceso variará significativamente con respecto al tiempo y al punto de operación.

En general, el diseño de sistemas de control se puede dividir en seis etapas tal cual como se muestra en la figura 1.



**Figura 1 - Secuencia General Del Diseño De Sistemas De Control, Adaptado De [2]**

La selección de la estructura física del sistema de control (etapa 3 de la figura 1), tiene por objeto designar las parejas de variables controladas-manipuladas para un mejor desempeño dinámico del lazo de control. Las diferentes combinaciones posibles de variables son llamadas “apareamientos” y la selección de las mismas se realiza, generalmente, en la etapa de diseño antes de la implementación en planta.

Existen varias metodologías para el apareamiento de variables, quienes dependen de los objetivos del sistema de control y del rigor con el que se desee ejecutar el análisis. Sin embargo, la mayor parte de la literatura [2] coincide en algunas características con las cuales se evalúa el desempeño del método de apareamiento tales cual como: fundamentación científica, eficiencia, efectividad, aplicabilidad general, rigurosidad, tratamiento cuantitativo, independencia del controlador y manejo directo. Estas propiedades, permiten al ingeniero de control tomar la decisión de cuál método es el indicado para su problema particular y las mismas serán discutidas en el desarrollo de esta investigación.

Una de las metodologías más utilizadas, debido al buen equilibrio que presenta entre las características anteriormente mencionadas, es la matriz de ganancias relativas (Relative Gain Array, RGA) desarrollada por E. H. Bristol [3] en los años 60's. El RGA, es un arreglo de las relaciones existentes entre las ganancias de uno los lazos de control cuando todos los demás



se encuentran en manual, y el mismo parámetro evaluado cuando los demás están en automático. Lo anterior se puede escribir como [4]:

$$RGA(\lambda_{ij}) = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_i}\right)_{other\ loops\ opened}}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_i}\right)_{other\ loops\ closed}}$$

#### Ecuación 1

Un valor de  $RGA = 2$  para una pareja manipulada-controlada significará que su ganancia de proceso se reducirá a la mitad cuando se pasen de manual a automático los otros lazos de control. Entre más cercano se encuentra el valor del RGA a la unidad, menor grado de acoplamiento existirá entre ese lazo y los otros, por lo cual, es el valor preferentemente buscado a la hora de aparear [4]. El RGA generalmente se encuentra acompañado de índices para la estabilidad como el de Niederlinski (NI) [5] y un esquema de decisión de apareamiento cumple, generalmente, las siguientes condiciones:

- i. Todos los elementos del RGA son positivos,
- ii. NI es positivo,
- iii. Los lazos a aparear tienen los valores más cercanos a la unidad, y
- iv. Elementos grandes en el RGA deben ser evitados al aparear.

Aplicando los pasos mencionados es posible propender por un buen desempeño del lazo cerrado independientemente de la ley de control o de los métodos de sintonización a utilizar. La popularidad del RGA creció debido a su versatilidad y a otras ventajas que ofrece como:

- Requiere una cantidad mínima de información del proceso para generar resultados acertados,
- Los resultados son confiables aun cuando se trabaja con modelos aproximados,
- Es independiente del sistema de control y de las perturbaciones, y
- Su cálculo es simple, lo que permite una decisión rápida aun cuando el sistema sea grande y/o complejo.

Aun teniendo en cuenta todas sus ventajas, varios estudios han puesto en evidencia algunas falencias de la metodología y se han planteado soluciones para esos casos particulares. Si bien

existen fallas, no hay duda que la selección de la estructura física de control es un proceso ineludible dentro del diseño y que el RGA es aplicable, con resultados satisfactorios, para una gran cantidad de casos. Teniendo en cuenta eso, no es difícil justificar la gran cantidad de estudios alrededor del mismo y los desarrollos de la presente investigación.

## 1.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROBLEMA

A pesar de las grandes virtudes antes mencionadas, el RGA tiene debilidades y en algunos casos puede llevar a conclusiones incorrectas de apareamiento. En sistemas MISO (Multiple input-Single Output), por ejemplo, las perturbaciones adquieren un papel importante y dado que el RGA no las tiene en cuenta, puede presentar un gran problema. Sin embargo, la deficiencia más considerable del RGA es que no contempla la dinámica del proceso, dado que se calcula con ganancias de estado estable, lo que acarrea que en sistemas MIMO también se presenten inconvenientes. Considérese, por ejemplo, la matriz de funciones de transferencia para un proceso 2 x 2, modelado mediante FOPDTs, que se expone a continuación (2):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-6e^{-0.08s}}{0.4s + 1} & \frac{4e^{-2.8s}}{4s + 1} \\ \frac{6e^{-4.8s}}{4s + 1} & \frac{2e^{-0.44s}}{2.2s + 1} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 2**

Si se calcula el RGA para dicha matriz se tiene que:

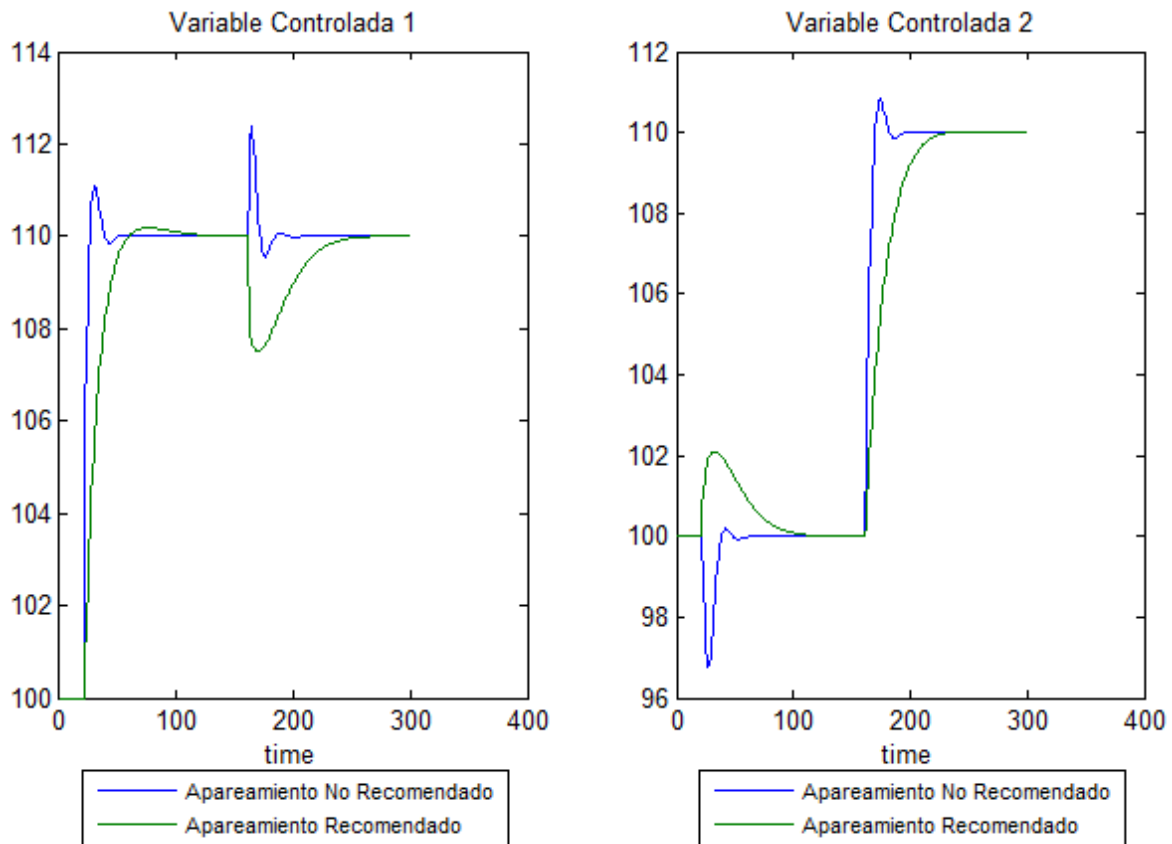
$$RGA = \begin{bmatrix} 0.33 & 0.67 \\ 0.67 & 0.33 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 3**

Es evidente que ambos, el apareamiento diagonal (diagonal principal) y el no diagonal (diagonal secundaria), presentan valores RGA positivos; también se pueden calcular los valores de NI, notando que ambos son igualmente mayores que cero (NI=3 para el diagonal y NI= 1.5 para el no diagonal). Al aplicar las reglas de apareamiento antes mencionadas, se encuentra que la combinación no diagonal es la recomendada. Pese a lo anterior, al realizar un cambio en el set point en ambos controladores, sintonizando con las mismas reglas y usando como medidor de desempeño la sumatoria de la integral absoluta del error (IAE), se

encuentra un mejor comportamiento cuando se usa el apareamiento diagonal (no recomendado).

La respuesta dinámica en cada una de las variables se muestra en la figura 2; en ella, se aprecia que la acción del apareamiento diagonal (azul) es más rápida aunque un poco más oscilatoria que la del no diagonal (verde).



**Figura 2. Respuesta del sistema ante un cambio en el setpoint para ambos apareamientos**

La explicación del comportamiento anterior se basa en que las constantes que describen la dinámica del proceso no diagonal ( $\tau = 4$  y  $t_o = 4.8$ ) resultan ser varias veces mayores que las de las de la diagonal ( $\tau = 0.4$  y  $t_o = 0.08$ ) y en este caso aparear los lazos rápidos, a pesar que tengan mayor variación de ganancias, da mejores resultados dado que se atenúa la acción del lazo lento casi instantáneamente.

Supongamos que las gráficas anteriores reflejan el control del espesor y ancho en la producción de tubos cuadrados macizos en A-572. El cambio de setpoint hace referencia a un cambio en la especificación dimensional. Supóngase también que cualquier material con una

desviación dimensional por encima o por debajo del 10% será considerado como fuera de especificaciones. Con lo anterior, el tiempo que demoran fuera de especificaciones son 6.2 min para el sistema que se encuentra apareado bajo la recomendación del RGA y 3 min para no recomendado. Si hay en promedio un cambio dimensional por semana; significaría un aumento en las pérdidas debido a material fuera de especificaciones de 30M USD anuales, por seleccionar el apareamiento recomendado por el RGA.

El ejemplo anterior es una muestra puntual de cómo la magnitud de las constantes que rigen la dinámica del proceso puede influenciar en la pertinencia de la recomendación obtenida mediante el RGA. Se pueden encontrar múltiples casos como este reportados en la literatura [6-7]. Sin embargo, todos siguen el mismo esquema: primero, demuestran que existen casos en los cuales el RGA lleva a conclusiones erróneas; segundo, plantean una modificación de la matriz de ganancias de estado estable que incluya la dinámica del proceso; tercero, calculan el RGA usando como base la matriz de ganancias modificada y cuarto, toman la decisión aplicando las mismas reglas de apareamiento del RGA. Si bien esto soluciona el caso particular, no garantiza que en cualquier otro dará buenos resultados.

Por todo lo comentado, sabemos que el RGA falla en algunos casos, pero en qué zonas y bajo qué condiciones sucede son todavía unas interrogantes sin respuesta. Una gran mejora sería delimitar zonas, dentro de la dinámica del proceso, en las cuales el RGA resulte en recomendaciones equivocadas para, con ello, prevenir al ingeniero de control de un posible error. Ese es el objeto de la primera parte de esta investigación.

Una vez se logra identificar las características en la dinámica del proceso que producen la desviación de la recomendación del RGA; el siguiente paso será desarrollar una metodología de apareamiento que permita, en esos casos, emitir un veredicto de apareamiento acertado. El desarrollo de dicha metodología es el objeto de estudio de la segunda parte de esta investigación.

### 1.3. OBJETIVOS

#### *OBJETIVO GENERAL*

Desarrollar una metodología que mejore la efectividad de la recomendación de apareamiento para sistemas TITO modelados mediante FOPDTs.

### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS*

- Desarrollar una simulación que evalúe la respuesta de un sistema TITO, aproximado mediante modelos FOPDTs, para diferentes valores en los parámetros de caracterización de la dinámica del proceso, usando el apareamiento recomendado por el RGA y comparándolo con el no recomendado.
- Identificar y delimitar las zonas en las cuales el RGA y otras metodologías similares, llevan a conclusiones de apareamiento equivocadas en función de los parámetros de caracterización de la dinámica del proceso.
- Desarrollar una metodología que prediga la efectividad del RGA y otras metodologías, en dependencia de los parámetros de la dinámica y que mejore la recomendación de apareamiento para dichos casos.

### 1.4. RESUMEN DEL DOCUMENTO

En este capítulo introductorio se presentaron aspectos generales de la importancia del apareamiento dentro del diseño de sistemas de control multivariado. Se desarrolló, principalmente basado a la limitación del RGA, comentando sus fortalezas y debilidades. Especial atención se prestó en la dependencia de la efectividad de esta metodología en función de los parámetros de la dinámica del proceso usando, ilustrada mediante el análisis de un caso puntual. El caso analizado demostró que, en algunas circunstancias, el RGA puede llevar a conclusiones de apareamiento equivocadas y se comentó también, que no figura en la literatura una guía para predecir la ocurrencia de dichas fallas y tampoco una metodología general para su solución.

En aras de abordar la problemática planteada, en el Capítulo 2 se realiza un recuento de las diferentes técnicas de apareamiento, su clasificación, utilización y comparación; también se resumen las diferentes investigaciones asociadas a la aplicación y mejoramiento del RGA. La evaluación de la efectividad del RGA, delimitación de las zonas de su aplicabilidad y generación de una metodología para predecir sus fallas se detallan en el Capítulo 3. En el Capítulo 4, por su parte, se resumen el desarrollo, pruebas y verificaciones de la nueva metodología de apareamiento para, con ello, emitir las conclusiones y posibles investigaciones futuras condensadas en el Capítulo 5.

## 2. ESTADO DEL ARTE

Dentro de las distintas etapas en las que se puede dividir el diseño de un sistema de control, la selección de la estructura física del mismo permite predisponer la estabilidad y disminuir la exigencia posterior en la sintonización de controladores. Si bien la selección de qué variable manipulada ayudará a contrarrestar los efectos de las perturbaciones en cuál variable controlada se puede basar en la experiencia, también es muy útil contar con herramientas cuantitativas que permitan proporcionar un mejor desempeño a nuestro sistema desde la concepción del mismo. Lo anterior se explica porque no existen dos procesos iguales y pequeñas variaciones en los mismos, pueden cambiar la mejor decisión en cuanto a estructura física y contradecir lo que históricamente a funcionado para sistemas similares. Las distintas combinaciones entre variables manipuladas y controladas que pueden existir en un sistema de control multivariado, se conocen como “apareamientos”.

### 2.1. PROPIEDADES DE LOS MÉTODOS DE APAREAMIENTO

Los métodos de apareamiento o de selección entrada-salida (input-output, o IO) tienen ciertas características muy comentadas en la literatura, Van de Wal [2] realiza un recuento de las mismas que pueden resumirse en:

- **Fundamentación científica:** la teoría detrás del método de selección debe ser completa y transparente, debe tener por lo menos una aplicación convincente que demuestre su aplicabilidad.
- **Eficiencia:** un método de selección será eficiente en la medida que permita evaluar y emitir un veredicto a un gran número de apareamientos posibles, de forma rápida.
- **Efectividad:** la efectividad del método de selección se describe como la capacidad de rechazar aquellos apareamientos no viables, mientras mantiene aquellos que propenden al mejor desempeño del lazo de control.
- **Aplicabilidad:** un método de selección debe poder manejar una gran variedad de problemas de control sin perder considerablemente su efectividad ni eficiencia.
- **Rigurosidad:** se llama riguroso a un método de selección que, teniendo en cuenta muchas variables, selecciona solo aquellas alternativas que más propenden a la

optimización de los objetivos del sistema de control. Generalmente, estos métodos dan como resultado un menor número de apareamientos posibles.

- **Cuantitativo:** un método debe proveer, preferiblemente, una idea cuantitativa de que tan acertada es la selección de un apareamiento con respecto a la otra. No solo debe responder si una opción es viable o no, sino entregar información de que tan fuertemente afecta dicha opción al desempeño final del sistema de control.
- **Independiente del sistema de control:** en la medida de lo posible, la selección debe ser independiente de la ley de control y el diseño del controlador mismo.
- **Directo:** Un método de selección debe caracterizar directamente todos los apareamientos posibles, sin necesidad de ejecutar un cálculo por cada una de las opciones.

Van de Wal [2] también realiza un compendio de los diferentes métodos de apareamiento, agrupados por el criterio de selección y el grado de rigurosidad de los mismos.

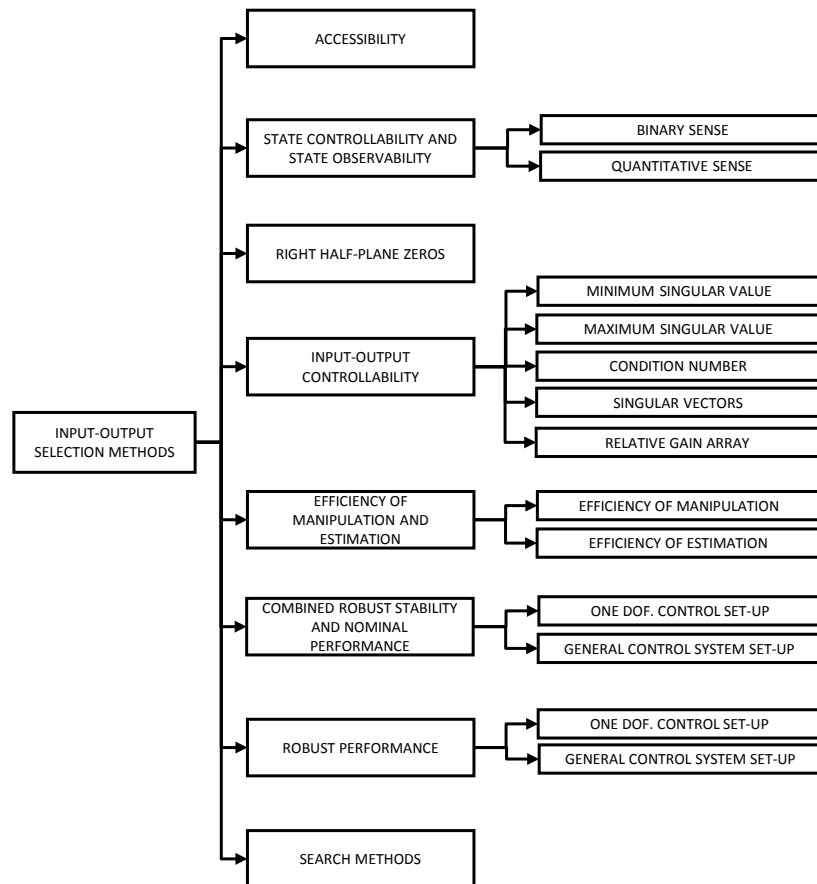


Figura 3. Resumen de métodos de apareamiento. Adaptado de [2]

Los métodos basados en accesibilidad, por ejemplo, se fundamentan en que las variables manipuladas pueden modificar a las controladas y que los cambios en las controladas pueden ser detectados por las variables sensadas. Las relaciones anteriores, se muestran como líneas en los gráficos de causa-efecto (ver figura 4) y entre más líneas se encuentren entre una variable manipulada y una sensada, mayor grado de acoplamiento e interacción existirá en el sistema de control.

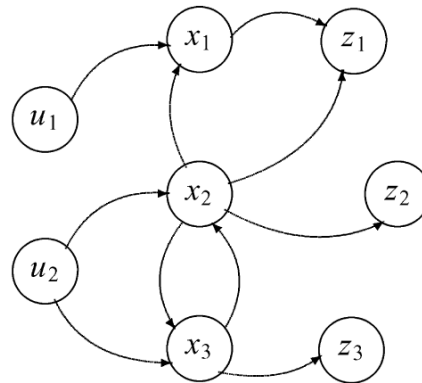


Figura 4. Diagrama Causa-Efecto Común

Todas las categorías incluidas en la figura 3, son comentadas en [2] donde se detallan sus características, ventajas y debilidades. Un aporte significativo realizado por [2] es una tabla comparativa que evalúa cada uno de las categorías de los IO en función de las propiedades ideales mencionadas al inicio de esta sección. Con el uso de la figura 5, el ingeniero de control puede evaluar cuál método de selección es el que más se adapta a sus necesidades en dependencia de los requerimientos y rigurosidad que quiera aplicar a su caso particular.

Qualitative assessment of the reviewed classes of IO selection methods

Section	IO selection criterion	Desirable properties of IO selection methods								∑
		1	2	3	4	5	6	7	8	
3.1	Accessibility	+	+	+	+	-	-	+	-	7.1
3.2	State controllability & observability	+	+	+	+	-	0	+	-	7.6
3.3	Right half-plane zeros	+	+	0	0	-	+	+	-	6.8
3.4	IO controllability	0	+	-	0	0	+	+	0	5.9
3.5	Efficiency of manipulation & estimation	0	0	0	+	+	+	-	-	6.2
3.6	Robust stability & nominal performance	0	0	0	0	+	+	+	-	6.2
3.7	Robust performance	0	0	-	0	+	+	0	-	5.0
3.8	Search methods & robust performance ( $\mu$ )	+	0	+	+	+	+	0	0	8.5

Figura 5. Cuadro Comparativo Métodos IO [2]



Cabe resaltar que la categoría en la que se encuentra agrupado el mayor volumen de métodos de selección es la denominada “input-output controllability” (ver figura 3). Esto se explica debido a que en esa categoría se agrupan los métodos que se centran en la disminución de las variaciones de las entradas y salidas a lo largo del tiempo (algo extremadamente apetecido para las optimizaciones económicas). Oficialmente, estos métodos buscan la “controlabilidad”, la cual definen como:

*Un sistema será controlable, para un apareamiento particular, si los cambios en las salidas y las entradas permanecen aceptablemente pequeños ante la presencia de incertidumbre en el ajuste del modelo, cambios en los setpoints, perturbaciones y ruido de los sensores.*

Si tenemos en cuenta que la figura 5 enumera las categorías por grado de rigurosidad y que los métodos incluidos en la “IO controllability” ayudan a mantener las variables importantes en los valores deseados, explicaríamos porqué hay más desarrollo de métodos en esta categoría que en las otras. Sin embargo, no todo en esta categoría es bueno y la principal falencia que presenta es la efectividad.

La matriz de ganancias relativas, RGA, es el método más utilizado dentro de la categoría “IO controllability” [2] principalmente por su versatilidad, eficiencia y rango de aplicabilidad. Aun así, tal como los otros métodos en esta categoría, su efectividad es una debilidad y ha sido estudiada hace varias décadas [8].

## 2.2. LA MATRIZ DE GANANCIAS RELATIVAS (RGA)

En los años 60, Bristol [3] desarrolló lo que se convertiría en una de las herramientas más utilizadas para el apareamiento en procesos multivariables: la matriz de ganancias relativas. El método tuvo una gran aceptación siendo popularizado por Shinskey [9] quien lo aplicó a muchos procesos incluyendo conservación de energía y destilación. Mc Avoy [10] también ayudó a generalizarlo realizando un recuento de las múltiples aplicaciones del método, desde su creación hasta los 80's. Es posible encontrar muchos casos de su aplicabilidad actual [11-12] y se mantiene como el método de apareamiento más utilizado por sus múltiples ventajas que se pueden resumir en:

- Requiere una cantidad mínima de información del proceso para generar resultados acertados,
- Los resultados son confiables aun cuando se trabaja con modelos aproximados,
- Es independiente del sistema de control y de las perturbaciones, y
- Su cálculo es simple, lo que permite una decisión rápida aun cuando el sistema sea grande y/o complejo.

Matemáticamente, la matriz de ganancias relativas es un arreglo de elementos obtenidos mediante la división de las ganancias de proceso en lazo abierto, sobre las ganancias en lazo cerrado. Lo anterior se puede escribir en forma de ecuación como [4]:

$$RGA(\lambda_{ij}) = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_i}\right)_{other\ loops\ opened}}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_i}\right)_{other\ loops\ closed}}$$

Cabe resaltar que el término de ganancia relativa de lazo abierto ( $K_{ij}$ ) se refiere al cambio de la salida  $i$  correspondiente a un cambio en la entrada  $j$  cuando todas las otras entradas permanecen constantes (para procesos estables). Por ganancias de lazo cerrado nos referimos a la relación de estado estable entre la salida  $i$  con respecto a la entrada  $j$  cuando todos los otros lazos de control se encuentran en automático. Si el valor de la ganancia relativa es igual a la unidad (1.0), la ganancia de proceso no se ve afectada por el estado de los otros lazos de control, lo que concluye que no existe interacción entre ese lazo y los demás. Por lo anterior, la cantidad de desviación que presente el valor del RGA con respecto a la unidad representa, de cierta manera, la cantidad de interacción que presenta ese lazo con los otros.

Antes de comentar más a fondo el RGA, algunas propiedades importantes acerca de la misma deben ser mencionadas:

1. La matriz de ganancias relativas es independiente de la escala. Esto es importante puesto que las reglas de interpretación no cambian con respecto a los cambios de las unidades de las variables (por ejemplo, de porcentaje a partes por millón)
2. La expresión dada en la ecuación 1 sugiere que ambas ganancias, la de lazo abierto y la de lazo cerrado, deben ser conocidas para calcular el RGA. Sin

embargo, la matriz de ganancias relativas puede ser calculada únicamente con la información procedente del lazo abierto. El procedimiento para calcular el RGA es evaluar la matriz de ganancias de lazo abierto  $K$ , calcular la transpuesta de la inversa de dicha matriz y multiplicar ambas elemento por elemento. Ese tipo de operación es conocida como “Hadamard Product”. La ecuación para el cálculo quedaría como se muestra en (4).

$$RNGA = K \otimes K^{-T}$$

**Ecuación 4**

3. La sumatoria de las columnas y filas de la matriz de ganancias relativas, dan como resultado 1.0. Esto permite que un sistema 2 x 2 pueda ser caracterizado por un solo elemento  $\lambda_{11}$  tal cual se detalla en (5)

$$RGA = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 5**

4. La matriz de ganancias relativas puede ser extremadamente sensible a los errores en los cálculos de las ganancias de proceso. Consideremos el siguiente ejemplo: a un proceso 2X2 se le calcula la matriz de ganancias de proceso  $K$ . Cada elemento  $K_{ij}$  que compone a  $K$  tiene un factor de acierto  $\epsilon_{ij}$  que representa el grado de exactitud al predecir el correcto valor de  $K_{ij}$ . Para un sistema 2X2 el valor de  $\lambda_{11}$  se puede calcular como (6):

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1.0 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}}$$

**Ecuación 6**

En la tabla 1 se resume la variación de  $\lambda_{11}$  en función del porcentaje de acierto al calcular cada una de las ganancias:

$\epsilon_{11}$	$\epsilon_{12}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{22}$	$\lambda_{11}$
1.0	1.0	1.0	1.0	10.0
1.0	1.1	1.0	1.0	100.0
1.0	1.2	1.0	1.0	-16.6
0.97	1.03	1.03	0.97	-7.8

**Tabla 1. Variación En El RGA En Función Error En Cálculo De K, Basado En [3]**

Si el valor nominal de  $\lambda_{11}$  es 10, se puede apreciar en la tabla 1, como pequeños cambios en los aciertos de cada una de las constantes cambia radicalmente el valor de  $\lambda_{11}$ ; caso particular de las últimas líneas, en las cuales una desviación del 3% causa un cambio de signo en el valor de  $\lambda_{11}$  que sin duda llevará a recomendaciones de apareamiento equivocadas. Esta particularidad fue reportada por Hovd & Skogestad [13] y Skogestad & Morari [14], quienes encontraron que plantas con valores altos de RGA son muy sensibles a errores en los cálculos de los componentes de la matriz de ganancias del proceso; este concepto que fue afianzado luego por Chen, Freudenberg & Nett [15].

Algunas interpretaciones del valor del RGA son fundamentales para la decisión del apareamiento, por ejemplo, si  $\lambda_{ij} < 0$  significa que las ganancias tendrán diferente signo en dependencia si se está en lazo abierto o lazo cerrado; lo anterior se traduce en que se debe estar cambiando la acción del controlador en dependencia de la condición de los otros lazos, una situación muy desventajosa.

Si  $\lambda_{ij} = 0$ , significa que no hay relación de estado estable, en lazo abierto, para ese apareamiento. Bajo esa condición el sistema de control operaría única y exclusivamente en lazo cerrado, tampoco es una situación ventajosa.

Si  $0 < \lambda_{ij} < 1$  significa que la ganancia de estado estable en lazo abierto es menor que la ganancia de lazo cerrado. Esta situación debe tenerse en cuenta debido que si se sintoniza con la ganancia de lazo abierto, es posible que el sistema se torne oscilatorio o incluso inestable al pasar a lazo cerrado.

Si  $\lambda_{ij} = 1$  no existe interacción entre ese lazo y la condición de los demás. Es la situación más ventajosa para la sintonización y control posterior del proceso.

Si  $\lambda_{ij} > 1$  significa que la ganancia de estado estable en lazo abierto es mayor que la de lazo cerrado. Sintonizando un lazo con la información de la ganancia de lazo abierto únicamente produciría un comportamiento lento en el lazo cerrado.

El RGA generalmente se encuentra acompañado de índices para la estabilidad como el de Niederlinski (NI) [5] y un esquema de decisión de apareamiento cumple, generalmente, los siguientes puntos:

- i. Todos los elementos del RGA son positivos,
- ii. NI es positivo,
- iii. Los lazos a aparear tienen los valores más cercanos a la unidad, y
- iv. Elementos grandes en el RGA deben ser evitados al aparear.

El uso del esquema de decisión anterior se ha podido demostrar la aplicabilidad del RGA en muchos estudios como en los sistemas de transmisión flexibles AC (FACTS Flexible AC transmission system) [16-17]

### *2.2.1. MATRIZ DE GANANCIAS RELATIVAS EN DISMINUCIÓN DE TAMAÑO DEL SISTEMA*

Debido a la vasta cantidad de posibilidades de apareamiento ( $n!$  en un proceso  $n \times n$ ), el RGA también se ha usado en el desarrollo de metodologías para la reducción del tamaño del sistemas multivariados. Reeves [18] propuso una heurística para disminuir el tamaño de la planta a controlar, mediante identificación de la columna y fila con el mayor valor del RGA y la correspondiente eliminación de la entrada y la salida asociadas a la misma. Mediante la aplicación de dicho proceso sistemático, es posible reducir el sistema  $n \times n$  a uno  $n-1 \times n-1$ , en cada paso, hasta obtener una matriz comprendida por las entradas con mayor influencia en las salidas y las salidas más predispuestas a ser afectadas por las entradas.

Por otra parte, Cao & Biss [19], Chang & Yu [20] y Skogestad & Postlethwaite [21] estudiaron metodologías para eliminar las variables sobrantes en una matriz de proceso no cuadrada antes de realizar el apareamiento. Para el caso en el que el número de variables manipuladas sea mayor que las controladas, proponen eliminación en las columnas del RGA con la mayor sumatoria de elementos menores a la unidad. Por otro lado, si el número de variables controladas es mayor al de manipuladas, proponen la eliminación de la fila del RGA bajo el mismo criterio. Al final se tiene una matriz cuadrada con las combinaciones de variables manipuladas-controladas con menor tendencia a la necesidad de cambiar la acción del controlador al pasar de lazo abierto a lazo cerrado.

### 2.3. MATRIZ DINÁMICA RELATIVA

La primera investigación relacionada con una “matriz dinámica relativa” fue realizada, en 1977, por Witcher and Mc Avoy [22]. En su investigación, remplazaron las ganancias de estado estable por las funciones de transferencia para así incluir la dinámica la llamaron DRGA (Dynamic Relative Gain Array). La DRGA estaba constituida por un denominador que permitía tener perfecto control para todas las frecuencias mientras que el numerador era la función de transferencia en lazo abierto. Bristol, en 1979, realizó su propia DRGA así como otros autores, quienes siguieron su ejemplo, generando algunas soluciones que incluían el desarrollo un controlador feedback para ser ejecutadas [23-25]. La necesidad de generar extensos controladores a fin de encontrar un óptimo consume tiempo y recursos informáticos lo que constituye una desventaja en estas metodologías.

Más recientemente Mc Avoy [6] presentó un estudio en el cual utilizó una aproximación de espacio de estado para incluir la dinámica del proceso en la RGA convirtiéndola en una nueva DRGA. Usando dos ejemplos puntuales, uno 2 x 2 y otro 4 x 4, mostró que el comportamiento era mejor en el lazo no recomendado por el RGA que el recomendado y que su metodología llevaba siempre a apareamientos correctos, en los casos analizados. Sin embargo, el análisis solo fue puntual y no se puede afirmar que su aplicación es funcional para otros los casos. Existen varios ejemplos de aplicación del DRGA en la literatura, donde demuestran principalmente su utilidad para sistemas 2 x 2 [26-27].

Xiong et al [28] propusieron la matriz dinámica relativa eficiente (REGA) como una combinación de la ganancia de estado estable y el ancho de banda. La principal desventaja de esta metodología es que depende de la frecuencia crítica seleccionada; diferentes valores de frecuencia llevarán a apareamientos desiguales y en algunos casos incorrectos.

He et al [7] sugirieron la matriz de ganancias relativas normalizada (RNGA). Para incluir el efecto dinámico, dentro de la RGA, normalizaron las ganancias en función del tiempo promedio de residencia  $\tau_{ar,ij}$  haciéndolo igual a la integral del error ante un paso escalón unitario. El valor de  $\tau_{ar,ij}$  para un proceso simulado mediante un FOPDT o un SOPDT se muestra a continuación:

FOPDT:

$$\tau_{ar,ij} = \tau_{ij} + \theta_{ij}$$

Ecuación 7

SOPDT:

$$\tau_{ar,ij} = \frac{2\zeta_{ij}}{\omega_{n,ij}} + \theta_{ij}$$

Ecuación 8

Donde:

$\tau_{ij}$ , constante de tiempo de la variable controlada i con la manipulada j

$\theta_{ij}$ , tiempo muerto de la variable controlada i con la manipulada j

Dado esos valores, dividieron cada ganancia de estado estable sobre el tiempo promedio de residencia y con ellos formuló una nueva matriz de ganancias  $K_N$ , que se utiliza como base de cálculo para la nueva RGA, esto es (9):

$$RNGA = K_N \otimes K_N^{-T}$$

Ecuación 9

La **RNGA** tiene las mismas propiedades de la RGA y las reglas para el apareamiento se definen como:

- i. Todos los elementos de apareamiento son positivos,
- ii. NI es positivo,
- iii. Los elementos del RNGA apareados son los más cercanos a la unidad,
- iv. RGNA grandes deben ser evitados en lo posible.

Donde, NI es el índice de Niederlinski que garantiza la estabilidad al ser mayor que cero [5]. He et al, demostraron que el RNGA permite llegar a conclusiones de apareamiento acertadas en casos en los cuales el RGA, RDGA y el REGA llevan a resultados incorrectos, teniendo como criterio de desempeño de los lazos la integral de cuadrado del error (ISE). No obstante, al

igual que la gran mayoría de autores, sus pruebas son realizadas a casos puntuales y no se puede afirmar que sus resultados son definitivos, ni tampoco en qué rango de valores son funcionales.

Un punto a resaltar es que al realizar una revisión de la cantidad de aplicaciones industriales de los distintos métodos que modifican el RGA, el RGA resulta ser el de mayor aceptación y aplicabilidad. En la literatura son reportados casos de estudio para sistemas no cuadrados de molinos de carbón y columnas de destilación [29], diseños independientes de controladores PI-PID [30], diseño de reactores [31] y de plantas químicas en general [32-33].



# 3. EVALUACIÓN Y MEJORAMIENTO DE LA EFECTIVIDAD DEL RGA

Tal cual se comentó en capítulos anteriores, el RGA hace parte del grupo de metodologías de apareamiento que se enfocan en la controlabilidad entrada-salida; la principal desventaja, de esa categoría, es que presenta falencias en la efectividad. En el capítulo 2 se definió efectividad de un método de apareamiento como: La capacidad de rechazar aquellos apareamientos no viables, mientras se mantienen aquellos que propenden al mejor desempeño del lazo de control. En otras palabras, una forma de evaluar la efectividad de un método particular, sería conocer la respuesta del sistema para todos los apareamientos posibles y verificar, cuantas veces el método recomienda el de mejor desempeño en lazo cerrado.

## 3.1. EVALUACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL RGA

En la figura 6 se detalla la ruta seguida, en esta investigación, para la evaluación de la efectividad de la recomendación emitida por el RGA.

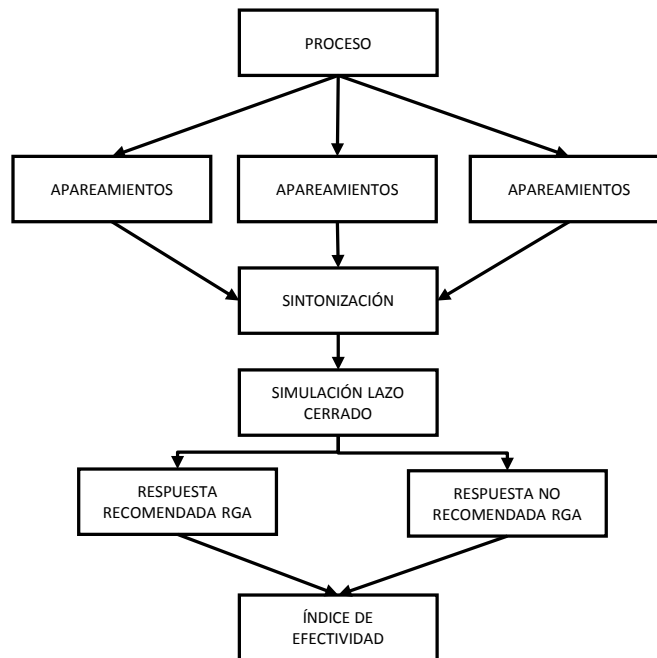


Figura 6. Ruta Para La Evaluación De La Efectividad

Para un proceso particular, se identificaron cada uno de los posibles apareamientos, se utilizó una ecuación de sintonización común y cada uno fue evaluado obteniendo una respuesta dinámica para el lazo cerrado. Se estableció un parámetro para medir el desempeño del lazo y se comparó el recomendado por el RGA contra los no recomendados. La cantidad de veces que seguir la recomendación del RGA llevó al mejor desempeño de lazo cerrado se define como el índice de efectividad del método.

### 3.1.1. SIMULACIÓN DEL PROCESO

Con el fin evaluar la respuesta dinámica de distintos apareamientos, se generó un programa en MATLAB® que simula una matriz para un proceso 2x2 aproximado mediante modelos FOPDTs (first order plus dead time). La matriz de procesos utilizada se detalla a continuación:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G(s)_{11} & G(s)_{12} \\ G(s)_{21} & G(s)_{22} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 10**

Donde:

$$G(s)_{11} = \frac{K_{11} e^{-t_{o11}s}}{\tau_{11}s + 1}$$

**Ecuación 11**

### 3.1.2. IDENTIFICACIÓN Y SELECCIÓN DEL APAREAMIENTO RECOMENDADO

Para un proceso  $n \times n$ , la cantidad de apareamientos posibles es igual a  $n!$ . Como en nuestro caso se trata de un sistema  $2 \times 2$ , la cantidad de apareamientos es 2 y las distintas combinaciones se arreglaron en una matriz que tuviera las las funciones de transferencia correspondiente a cada pareja controlada-manipulada (12). La matriz RAF contiene, en cada una de sus filas, las combinaciones de apareamientos con lo que su dimensión será  $n! \times n$  (para un proceso  $n \times n$ )

$$RAF = \begin{bmatrix} G(s)_{11} & G(s)_{22} \\ G(s)_{12} & G(s)_{21} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 12**

Para un proceso 2 x 2, siempre existirá un apareamiento recomendado por el RGA y otro no recomendado. Para establecer cuál de las dos posibilidades es la que recomienda el RGA primero se reemplazaron las funciones de transferencia en (12) por los elementos de la matriz del RGA (13), calculada según (4).

$$RGA = \begin{bmatrix} RGA_{11} & RGA_{12} \\ RGA_{21} & RGA_{22} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 13**

A la matriz de los posibles apareamientos en función de los elementos del RGA se le llamó la matriz APAS (14) y una vez calculada, se procedió a eliminar aquellas filas que contuvieran elementos negativos para, seguidamente, evaluar las distancias con respecto a la unidad de cada uno de sus elementos. La sumatoria de las distancias de cada uno de los elementos es un indicativo de qué tanta interacción se tendría en el lazo cerrado, para ese apareamiento en particular.

$$APAS = \begin{bmatrix} RGA_{11} & RGA_{22} \\ RGA_{12} & RGA_{21} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 14**

El apareamiento seleccionado es aquel que contiene la menor sumatoria del valor absoluto de distancias del RGA con respecto a la unidad (15)

$$SEL = \min \left[ \sum_{i=1}^{n!} \|APAS_{i,:} - 1\| \right]$$

**Ecuación 15**

### 3.1.3. SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES

Una vez se establecieron los distintos apareamientos, se procedió a ejecutar una corrida en el proceso para una perturbación en ambos lazos. Sin embargo, antes de proceder a verificar el

comportamiento dinámico de la respuesta en lazo cerrado, los controladores debían ser sintonizados.

El tema de la sintonización multivariada ha sido abordado ampliamente en la literatura y se han generado distintas alternativas para su solución; en la figura 7 se muestra un esquema que detalla los diferentes métodos desarrollados para este fin:



**Figura 7 Métodos De Sintonización Multivariada, Adaptado De [30]**

En los métodos de de-sintonización, cada controlador es diseñado y sintonizado primero a través de los elementos diagonales de la matriz de funciones de transferencia del proceso, al tiempo que se ignoran las demás. Luego los controladores son desintonizados para atenuar su efecto sobre los otros lazos. El problema principal con este método es que generalmente se obtienen desempeños lentos de los lazos individuales. El método de de-sintonización más popular es el “Biggest Log Modulus Tuning” (BLT) desarrollado por Luyben (1986). En su versión original [34] los lazos PI se sintonizaban via Ziegler – Nichols (ZN) y luego se desintonizaban dividiendo las ganancias y multiplicando los tiempos integrantes por un factor  $F > 1$ .

Luyben mostró que los sistemas multivariados tienen comportamientos razonables ante cambios en el “set point” si el valor de F se selecciona cerca del “Biggest Log Modulus” en un rango de frecuencia igual a  $2n$ , donde n es el número de lazos a ser sintonizados.

El método de Luyben se extendió luego a PID. Su principal desventaja, además del proceso iterativo, es que se deben caracterizar todos los lazos con todas sus interacciones de manera completa. En la metodología expuesta por In Chien, Huang and Yang [35] y Xiong, Cai, He and He [36] usaron el RGA para calcular los factores de desintonización. La diferencia de estos dos últimos métodos con el de Luyben, es que solo necesitan el modelo completo para las funciones de transferencia de la diagonal principal, las ganancias proporcionales de las restantes (para el primero) y las ganancias últimas (para el segundo).

En la sintonización secuencial, por otro lado, el primer lazo es diseñado escogiendo una pareja de MV-CV y sintonizando según un método seleccionado. El segundo lazo se cerrará entonces con el primero en automático, y la caracterización y sintonización del segundo deberá estar basada en una dinámica que incluye la acción del primer lazo. Este procedimiento se repite hasta cerrar todos los lazos [37]. La principal desventaja de esta metodología es que el desempeño se encuentra en gran dependencia de la secuencia en la que se cierran los lazos y si se selecciona un apareamiento incorrecto, es muy probable llegar a resultados erróneos. Para solucionar este inconveniente se han aplicado metodologías de identificación multivariable al tiempo que se realiza el cerrado secuencial [38]. El modelo planteado se usa para corregir el apareamiento y optimizar la secuencia de cerrado.

En los diseños independientes, el desempeño robusto y la estabilidad son la prioridad. Los controladores son independientemente diseñados teniendo en cuenta la dinámica de lazo abierto y lazo cerrado. Con ayuda de una medida de las variables de interés (desempeño y estabilidad) se crean zonas de trabajo para cada uno de los lazos y luego se sintonizan siguiendo ese direccionamiento. Las diferentes investigaciones se han centrado en la identificación de esas variables como el  $\mu$  – interaction en Hovd & Skogestad [39], o el uso del análisis de estabilidad Nyquist en Chen & Seborg [40]. Una deficiencia potencial de estos métodos es que, dado que asume independencia entre los lazos, tienden a restar importancia a las interacciones durante el diseño de los controladores; lo cual, generalmente, conlleva a diseños conservadores. Recientemente, muchos investigadores han introducido el concepto de “función de transferencia eficiente para lazo abierto” (EOPs, por sus siglas en inglés) para tener en cuenta el efecto de la interacción en el diseño del lazo. Huang et al [41] planteó las EOPs como funciones de transferencia (FOPDT & SOPDT) modificadas para cada pareja CV-MV. Las nuevas funciones de transferencia incluyen la acción de la interacción con los otros lazos. En su investigación encontraron que esta metodología resulta altamente efectiva para sistemas pequeños (2X2 y 3X3) pero hay que realizar análisis de estabilidad más exhaustivos para poder aplicarlo a sistemas más grandes. Luan Vu & Lee [42] extendieron lo desarrollado por Huang, al incluir el DRGA para tener en cuenta la interacción en el diseño independiente. En su trabajo pudieron generar las EOTFs (effective open-loop transfer functions) sin conocimiento *a priori* de los otros controladores.

Cuando no existe un modelo del proceso definido, los parámetros de sintonía pueden ser calculados basados en una generalización multivariada de los “relay-feed-back auto tuning”.

Este concepto fue inicialmente planteado en 1984 por Astrom & Hugglund [33], quienes combinaron las fortalezas del controlador PID con la ventaja de poder realizar una sintonización en línea. Hang et al [43] presentan una revisión completa de la metodología relay desde sus inicios, resaltando sus ventajas, limitaciones, discutiendo los avances en identificación y refinamiento de los métodos de sintonía y adicionalmente, haciendo alusión a las incursiones del relay feedback en los procesos multivariados. Dado que la ejecución de estos experimentos bajo condiciones industriales es compleja, debido a la interferencia por señales de ruido o duración prolongada, estas metodologías no han sido implementadas profusamente [44].

Finalmente; en los métodos de optimización se busca disminuir, a través de la iteración de parámetros, la distancia entre la respuesta en frecuencia de un controlador idealizado y uno simplificado. El control idealizado es sintetizado considerando la parte de la fase no mínima del proceso. Dicho control idealizado es, en general, muy complejo para ser implementado; razón por la cual se recurre a una aproximación simplificada. Las variables del controlador simplificado son las salidas del problema de optimización. En Dittmar & Gill [45] se realizó una optimización robusta de los parámetros de sintonía para un sistema multivariado por medio de la generación de una herramienta llamada “AptiTune™”.

A partir de la revisión realizada, se seleccionó el método de apareamiento de Chien, Huang and Yang [35], que se encuentra dentro de la categoría de metodologías de ecuaciones de desacoplamiento. El método consiste en calcular un factor de sintonización que se define como:

$$F_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } RGA_{ij} > 1 \\ \frac{1}{RGA_{ij}}, & \text{si } RGA_{ij} \leq 1 \end{cases}$$

**Ecuación 16**

El factor  $F_{ij}$  de (16) se divide por cada una de las ganancias de los controladores y se multiplica por los tiempos integrales.

Utilizando las ecuaciones de sintonización lambda [4] tendríamos que las constantes de los controladores PI se calcularían como (17-19):

$$Kc_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{K_{ij} \times (\lambda t_{o_{ij}} + t_{o_{ij}}) \times F_{ij}}$$

**Ecuación 17**

$$T_{ij} = \tau_{ij} \times F_{ij}$$

Ecuación 18

$$Td_{ij} = \frac{t_{0ij}}{2}$$

Ecuación 19

### 3.1.4. SIMULACIÓN EN LAZO CERRADO

Una vez se definió la ecuación de sintonización a utilizar, se procedió a ejecutar la simulación para la evaluación de la efectividad del apareamiento recomendado por el RGA. Un esquema de la lógica de la simulación implementada, se muestra en la figura 8.

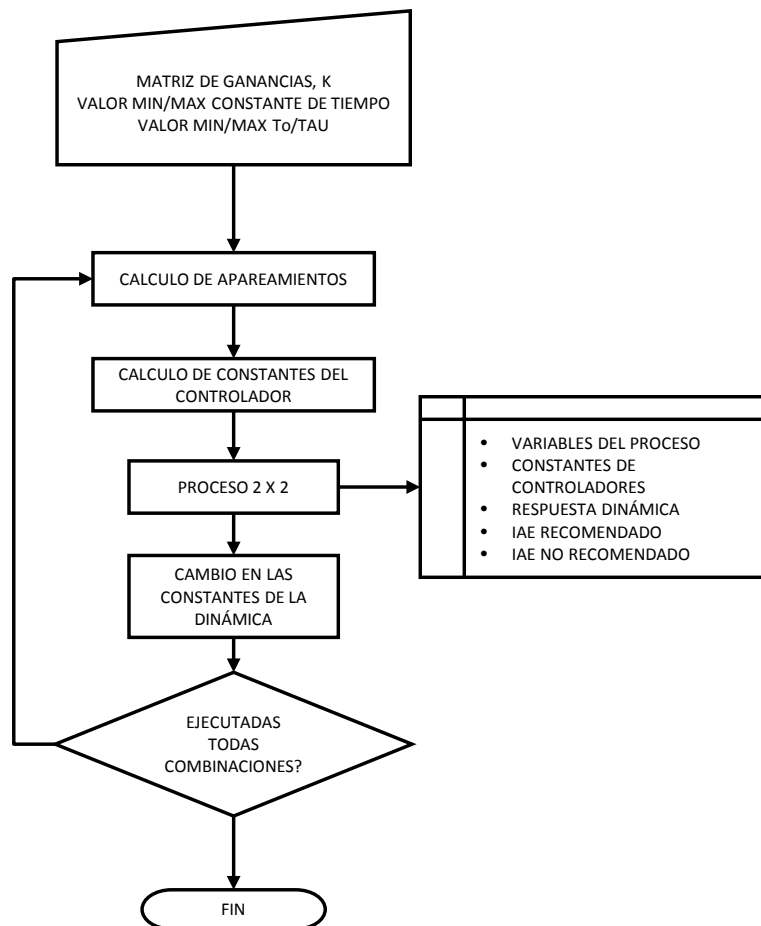


Figura 8. Secuencia lógica de la simulación

La simulación fue generada de tal manera que, para una matriz de ganancias de procesos, se variaran la constante de tiempo y el tiempo muerto desde un valor mínimo hasta un valor máximo, guardando las respuestas dinámicas y las variables de interés en cada caso. Los rangos de variación, para cada uno de los parámetros del FOPDT con el que aproximaron los procesos, se detallan en la tabla 2.

Parámetro	Rango	Unidades
$K$	0.5 - 5	%TO/%CO
$\tau$	0.4 - 4	min
$to/\tau$	0.2 - 1.2	-

**Tabla 2. Rangos de Variación de Parámetros del Proceso**

La simulación consistió en un sistema 2x2 corriendo durante 300 min al cual se le indujo un aumento del set point del 10%, en la variable 1, al minuto 30. Posteriormente, en el minuto 160, se indujo otra perturbación consistente en un aumento del 10% en el setpoint de la variable 2.

En total se corrieron 50 combinaciones diferentes para las ganancias del proceso, con 6561 combinaciones de parámetros en la dinámica, para cada una. Esto da como resultado 328050 casos de estudio ejecutados durante la presente investigación.

### 3.1.5. RESPUESTA DINÁMICA E ÍNDICE DE EFECTIVIDAD

Para evaluar el desempeño de cada uno de los lazos de control, se utilizó la integral absoluta del error (IAE) que se calcula según se muestra en la ecuación (20) [4]

$$IAE = \int_0^{\infty} \|SP_{(t)} - CV_{(t)}\| dt$$

**Ecuación 20**

Por supuesto, dado que cada variable tiene un error diferente en función del tiempo, se obtuvieron dos valores de IAE por cada corrida, uno por cada variable. Primeramente, se apareó según la recomendación del RGA y los valores de desempeño obtenidos fueron  $IAE_{1r}$  e  $IAE_{2r}$ . Luego se corrió nuevamente la simulación, para el mismo caso de estudio, pero con el apareamiento no recomendado y los resultados de desempeño fueron entonces  $IAE_{1nr}$  e  $IAE_{2nr}$ .



Siempre que el valor del  $IAE_{1nr}$  fuera mayor a  $IAE_{1r}$ , quería decir que el desempeño del lazo 1 fue mejor apareando con la recomendación del RGA que sin ella. Una forma de comparar los desempeños sería a través de la relación planteada en (21). Si la relación de desempeño (RIAE) es menor que la unidad, querrá decir que la respuesta del lazo fue mejor cuando se usó el apareamiento del RGA. Esta es pues una medida de la efectividad del método de apareamiento.

$$RIAE_l = \frac{IAE_r}{IAE_{nr}}$$

Donde  $l$ , corresponde a cada uno de los lazos

#### Ecuación 21

Para cada caso de estudio, la simulación emitía dos valores de  $RIAE_l$ , uno para cada variable. Luego entonces tres posibles combinaciones podían presentarse: Si ambos valores de  $RIAE_l$  eran menores que la unidad, significaba que la recomendación del RGA propició al mejor desempeño en el lazo cerrado; dicho de otra manera, la recomendación fue efectiva. Si por el contrario, ambos valores de  $RIAE_l$  fueran mayores que la unidad, significaría que la recomendación del RGA seleccionó un apareamiento que no era el de mejor desempeño en lazo cerrado; en ese caso, la recomendación no fue efectiva.

Existe un tercer caso, en el cual solo uno de los  $RIAE_l$  tiene un valor por encima de la unidad; ello se traduce en que la decisión del RGA desmejoró el desempeño de uno de los lazos pero contribuyó al buen funcionamiento del otro. Inicialmente se pensó en utilizar el  $RIAE_l$  de cada lazo como indicador de desempeño y concluir que el método había sido no efectivo, si cuando menos uno de los dos valores ( $RIAE_1$  o  $RIAE_2$ ) era mayor que 1. Esta idea presentaba un inconveniente: imaginemos, por ejemplo, que los valores de (21) son  $RIAE_1 = 6$  y  $RIAE_2 = 0.01$ ; eso quiere decir que el lazo uno fue perjudicado por la decisión de apareamiento del RGA mientras que el lazo 2 fue favorecido. Si consideramos esto como una falla y cambiamos el apareamiento, los valores serían los inversos  $RIAE_1 = 0.16$  y  $RIAE_2 = 100$  y ahora se mejora el lazo 1 pero desmejorando el lazo 2. El ejemplo anterior muestra la razón por la cual los  $RIAE_l$  no podían tratarse de manera individual y se debía encontrar una forma de combinarlos en una medida global.

Dado que se necesitaba una medida global para el del sistema, se tendría que buscar la forma de combinar la información de desempeños, de cada uno de los lazos, en un indicador que

caracterizara el comportamiento de ambos. En la mayor parte de la literatura [1,4] utilizan la sumatoria de la integral absoluta del error como medición global del sistema; si utilizamos esa premisa para la ecuación (21) se podría desarrollar un indicador como el que se detalla en (22)

$$RIAE = \frac{(\sum_{i=1}^n IAE_i)_r}{(\sum_{i=1}^n IAE_i)_{nr}}$$

**Ecuación 22**

La principal desventaja del indicador (22), es que la información que aporta puede verse influenciada por el orden de magnitud del IAE, dicho orden de magnitud depende, por ejemplo, del rango de los sensores. El comportamiento errático de uno de los lazos puede “ocultarse” por otro que se tenga valores relativamente buenos pero de un orden de magnitud mayor. Una medida de tendencia central, entre los valores de  $RIAE_l$ , ayudaría a definir si el desempeño en conjunto fue mejorado o desmejorado; sin embargo, el promedio es muy dependiente de los valores extremos y conducía a conclusiones erróneas. Se optó entonces por la media geométrica (23) como índice de la efectividad de la recomendación emitida por el RGA.

$$\overline{RIAE} = \sqrt[n]{\prod_{l=1}^n RIAE_l}$$

**Ecuación 23**

Retomando el ejemplo anterior, el valor del  $\overline{RIAE}$  podría evaluar si el mal desempeño del lazo 1 ( $RIAE_1 = 6$ ) es compensado por el lazo 2 ( $RIAE_2 = 0.01$ ). Al usar la ecuación (23) tenemos una respuesta de  $\overline{RIAE} = 0.25$  con lo que se concluye que el apareamiento recomendado por el RGA contribuyó de forma positiva, globalmente, al desempeño del lazo cerrado. El valor de  $\overline{RIAE}$  entonces, constituye el indicador de la efectividad del método de apareamiento y se define el porcentaje de efectividad de un método como:

$$\%E = \frac{\text{casos } \overline{RIAE} < 1}{\text{casos totales}}$$

**Ecuación 24**

### 3.2. ANÁLISIS DE EFECTIVIDAD DEL RGA

Una vez se ejecutaron las simulaciones comentadas en el apartado anterior, se procedió a realizar un análisis de la efectividad del RGA. Considérese, por ejemplo, la matriz de ganancias que se muestra a continuación (25) y que fue comentada en el capítulo introductorio:

$$K = \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 25

Por (3) la matriz de ganancias relativas sería igual a:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.33 & 0.67 \\ 0.67 & 0.33 \end{bmatrix}$$

Ecuación 26

Esta configuración obviamente recomienda un apareamiento no diagonal. Sin embargo, de los 6561 casos que compartían esa matriz de ganancias, 1533 presentaron un valor de  $RIAE_1 > 1$  y 1551 un valor de  $RIAE_2 > 1$  (lazos 1 y 2 desmejorados por la recomendación del RGA, respectivamente). Si se tiene en cuenta la media geométrica (23), existieron 880 casos en los cuales el  $\overline{RIAE}$  tuvo un valor por encima de la unidad; estos es, en 880 casos (13.4%) el RGA llevó a una decisión de apareamiento no efectiva para ambos lazos.

	to11	to12	to21	to22	t11	t12	t21	t22	to/t11	to/t12	to/t21	to/t22	to12/to11	to21/to22	REL1	REL2	IAE1r/IAE1nr	IAE2r/IAE2nr
to11	1,00																	
to12	0,00	1,00																
to21	0,00	0,00	1,00															
to22	0,00	0,00	0,00	1,00														
t11	0,69	0,00	0,00	0,00	1,00													
t12	0,00	0,69	0,00	0,00	0,00	1,00												
t21	0,00	0,00	0,69	0,00	0,00	0,00	1,00											
t22	0,00	0,00	0,00	0,69	0,00	0,00	0,00	1,00										
to/t11	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00									
to/t12	0,00	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00								
to/t21	0,00	0,00	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00							
to/t22	0,00	0,00	0,00	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00						
to12/to11	-0,35	0,44	0,00	0,00	-0,39	0,30	0,00	0,00	-0,32	0,27	0,00	0,00	1,00					
to21/to22	0,00	0,00	0,44	-0,35	0,00	0,00	0,30	-0,39	0,00	0,00	0,27	-0,32	0,00	1,00				
REL1	0,56	-0,56	0,00	0,00	0,66	-0,66	0,00	0,00	0,17	-0,17	0,00	0,00	-0,56	0,00	1,00			
REL2	0,00	0,00	-0,56	0,56	0,00	0,00	-0,66	0,66	0,00	0,00	-0,17	0,17	0,00	-0,56	0,00	1,00		
IAE1r/IAE1nr	-0,38	0,47	-0,04	0,02	-0,39	0,30	-0,04	0,06	-0,36	0,32	-0,01	-0,02	0,95	-0,05	-0,58	0,06	1,00	
IAE2r/IAE2nr	-0,08	-0,03	0,54	-0,41	-0,01	-0,04	0,34	-0,36	-0,10	-0,01	0,37	-0,39	0,00	0,91	0,00	-0,60	-0,01	1,00

Tabla 3. Coeficientes de Correlación

Dado que la matriz de ganancias permanece constante, la diferencia en la efectividad de esos 880 casos es propiciada por los cambios en la dinámica de proceso. En la tabla 3 se detallan los coeficientes de correlación entre los parámetros que describen la dinámica y los valores del  $RIAE_l$  para cada uno de los dos lazos. Nótese la particularidad que aquellos parámetros que influyen uno de los lazos no lo hacen con el otro. Por otro lado, se destaca la fuerte correlación que existe entre el valor del  $RIAE_1$  y  $RIAE_2$  con respecto a  $to_{12}/to_{11}$  y  $to_{21}/to_{22}$ , respectivamente. Si se analiza un poco más a fondo la relación entre  $RIAE_1$  y  $to_{12}/to_{11}$ , podemos ver que el coeficiente de Pearson es positivo, eso quiere decir que cuando  $to_{12}/to_{11}$  aumenta  $RIAE_1$  aumenta. Lo anterior se explica debido a que un aumento en  $to_{12}/to_{11}$  está haciendo que el lazo diagonal (que es el no recomendado) sea mucho más rápido que el no diagonal. Así se puede ver como aparear el lazo rápido, a pesar que no sea el recomendado, resulta en algunos casos una mejor decisión que aparear el lazo más lento.

El hecho que aparear los lazos rápidos produzca mejores resultados se debe, principalmente, a que permite contrarrestar más rápidamente las perturbaciones, que si se apareara con los lazos lentos. Según lo anterior, se podría esperar que una disminución en la magnitud en las ganancias de proceso de los lazos rápidos, contribuyera a su velocidad al hacerlos más agresivos (Dado que  $K$  se encuentra en el denominador del cálculo de  $Kc_{ij}$ ).

Para probar lo comentado, se ensayó aumentando los valores de las ganancias de proceso diagonales en la matriz (25) cuidando dejar los valores no diagonales y la decisión de apareamiento constantes. Se observó una disminución de la efectividad del RGA, para los casos en los que las ganancias no diagonales aumentaron. Dado que el RGA es independiente a la magnitud de las ganancias, se ensayó multiplicando toda la matriz  $K$  por un factor de escalamiento y verificando el cambio en el  $\overline{RIAE}$  para cada caso.

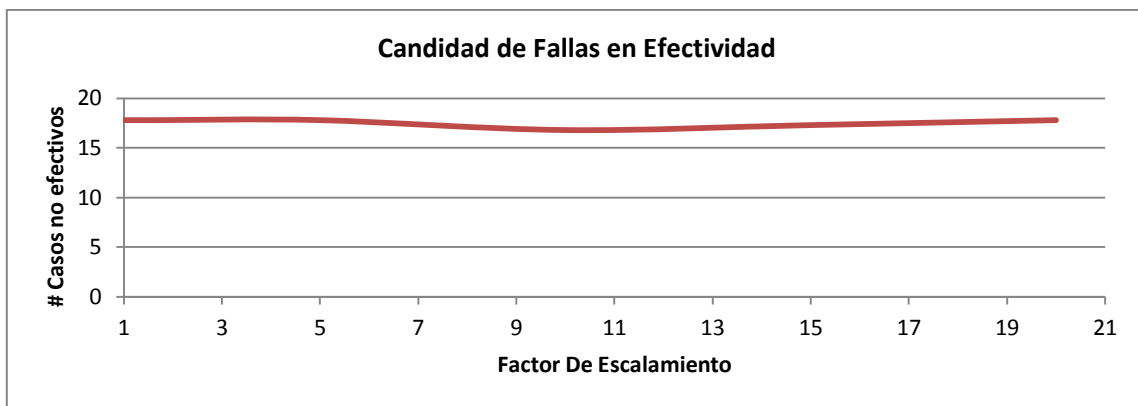


Figura 9. Cantidad Fallas RGA Vs Escalamiento

En la figura 9 se detalla la variación de los casos en los que  $\overline{RIA\bar{E}} > 1$  contra el factor de escalamiento por el cual se multiplicó la matriz de ganancias de procesos  $K$ . Se puede observar un comportamiento aproximadamente constante confirmado con un valor de coeficiente de Pearson que denota no correlación. Sin embargo, una disminución en las ganancias de los lazos diagonales en (25) si provocaría que dichos lazos fueran más rápidos. Lo anterior generó la hipótesis que disminuir las ganancias del lazo diagonal mientras se mantenía constantes las no diagonales haría esos lazos más rápidos y podría aumentar la tasa de falla del RGA. Para comprobar lo anterior se aumentaron las ganancias diagonales en (25) conservando tanto los valores de las no diagonales como los apareamientos, el cambio dio como resultado la matriz (27)

$$K = \begin{bmatrix} -2.5 & 2.5 \\ 5.5 & 3 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 27**

Y nuevamente usando (3) se tiene que el RGA es igual a:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.64 \\ 0.64 & 0.36 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 28**

Lo que también denota una recomendación no diagonal. Para esta nueva matriz, se obtuvieron 1107 casos en los cuales  $\overline{RIA\bar{E}} > 1$ . Esto supone un aumento del 26% de los casos encontrados anteriormente. Esto demuestra que una disminución en las ganancias de un apareamiento, con respecto a los demás, favorece a su probabilidad de ser el de mejor desempeño en lazo cerrado. Dado que un apareamiento puede tener tantas ganancias como variables controladas, se escogió la relación entre la productoria de las ganancias (29) como medida de la magnitud relativa de las ganancias de los apareamientos.

$$REL_k = \left\| \frac{(\prod_{i=1}^n K_i)_{recomendado}}{(\prod_{i=1}^n K_i)_{no\ recomendado}} \right\|$$

**Ecuación 29**

Si el valor de  $REL_k$  aumenta, querrá decir que la magnitud de las ganancias de los lazos recomendados por el RGA se hace mayor con respecto a los no recomendados; visto de otra

forma, sintonizar por el lazo no recomendado dará como resultado menores valores de  $K_{c_{ij}}$  y por consiguiente respuestas un tanto más rápidas.

Para comprobar la dependencia de la efectividad en función de la magnitud de las ganancias de los apareamientos, se procedió a realizar cambios en la matriz  $\mathbf{K}$  (como se detalló en el ejemplo anterior), cuidando que la recomendación del RGA permaneciera constante. Se probaron 50 combinaciones de ganancias con 6561 dinámicas diferentes en cada caso, para un total de 328050 procesos diferentes. Una vez se obtuvieron los resultados, se graficó la efectividad (24) con respecto a la relación entre la magnitud de las ganancias (29) para el apareamiento basado en el método del RGA y el RNGA, respectivamente. Los resultados se presentan en la figura 10.

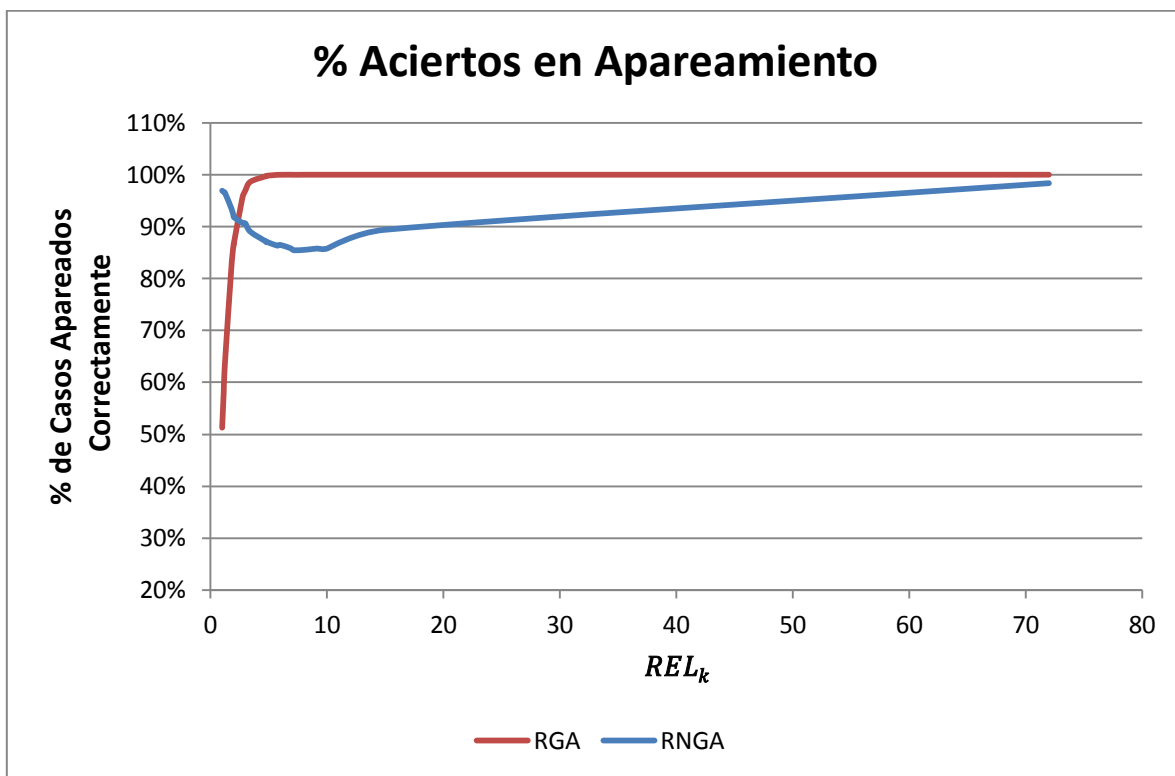


Figura 10. Efectividad RGA Vs Ganancias Apareamiento.

Como se puede apreciar en la figura 10, ambos métodos muestran un comportamiento definido con respecto a  $REL_k$  y además que el RGA evidencia un mejor desempeño en la mayor parte del espectro de  $REL_k$ ; sin embargo, para valores de  $REL_k < 1.5$ , el RNGA muestra una sustancial mejoría. Por otro lado hay que resaltar que para valores de  $REL_k$  por encima de 5, el RGA tiene un porcentaje de aciertos del 100%.

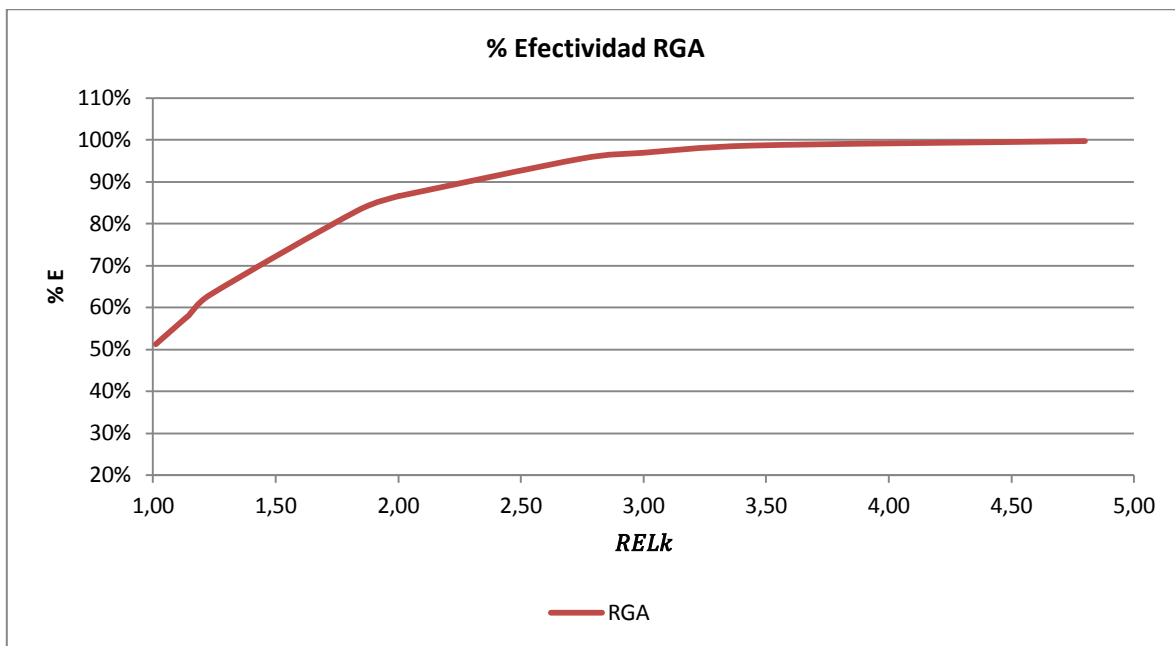
Todo lo anterior permite resumir el comportamiento de la efectividad del RGA en el siguiente enunciado:

*Si, para un proceso 2x2, La productoria de las ganancias de proceso (K) del lazo recomendado por el RGA, es mayor o igual a cinco veces la productoria de las ganancias del lazo no recomendado. La efectividad de la recomendación de apareamiento del RGA será del 100% sin importar las variaciones en la dinámica.*

La figura 11 muestra el detalle de la zona en la que la efectividad del RGA disminuye. Para procesos 2x2, valores de  $REL_k$  cercanos a 1 se corresponden con valores del RGA cercanos a 0.5. La matriz de ganancias relativas que se detalla en (30), por ejemplo, tiene valores muy cercanos a 0.5 y un valor de  $REL_k = 1.2$ . Para la mayoría, los valores en (30) podrían significar que se resta importancia a la decisión de apareamiento dado que ambas ganancias, las diagonales y las no diagonales, tienen aproximadamente el mismo cambio en lazo cerrado. Sin embargo, tal cual lo muestra la figura 11, es precisamente en esos casos en los cuales la dinámica tiene mayor influencia en la pertinencia de la recomendación emitida por el RGA.

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.55 \\ 0.55 & 0.45 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 30**



**Figura 11. Detalle Efectividad RGA**

Si se busca la efectividad para un valor de  $REL_k$  de 1.2, a través de la figura 11, veremos que le corresponde una magnitud aproximada al 70%; luego entonces, para la matriz del ejemplo (25), existirá una posibilidad de error en la recomendación del 30% en función de la dinámica del proceso. Dado lo anterior, sería muy provechoso tener una ecuación que, en dependencia de la dinámica, predijera la necesidad de cambiar la recomendación emitida por el RGA. Dicho de otra forma, es provechoso contar con una ecuación que permita anticipar si el RGA será efectivo, o no, para un proceso dado.

Debido a que se intenta predecir una de dos condiciones, efectivo o no efectivo, una regresión del tipo logística es la más apropiada. En las regresiones logísticas [46], se modela la probabilidad que, dado un grupo de características, un evento pertenezca a una de ciertas categorías predefinidas y limitadas. La forma de una regresión logística es la mostrada en (31)

$$\ln\left(\frac{P_i}{1 - P_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \dots + \beta_k x_{k,i}$$

**Ecuación 31**

La ecuación (31) describe una regresión logística en función de k número de variables conocidas. Cuando se evalúa una regresión de este tipo se comparan dos probabilidades: la probabilidad que el evento pertenezca a la categoría ( $P_i$ ) y la probabilidad que no pertenezca ( $1 - P_i$ ). Lo anterior produce dos respuestas posibles:

- Si la regresión da como resultado un número mayor que cero, significará que la probabilidad que el evento pertenezca a la categoría  $P_i$  es mayor a la probabilidad que no pertenezca  $1 - P_i$ , en ese caso el evento puede asumirse como perteneciente a la categoría.
- Si la regresión da como resultado un número menor que cero, significará que la probabilidad que el evento pertenezca a la categoría  $P_i$  es menor a la probabilidad que no pertenezca  $1 - P_i$ , en ese caso el evento puede asumirse como no perteneciente a la categoría.

En nuestro caso particular se modeló la probabilidad que, dadas unas variables de proceso, la recomendación emitida por el RGA fuera, o no fuera, efectiva. Se utilizaron los datos de la mitad de los casos de estudio (164025), obteniendo la ecuación (32)

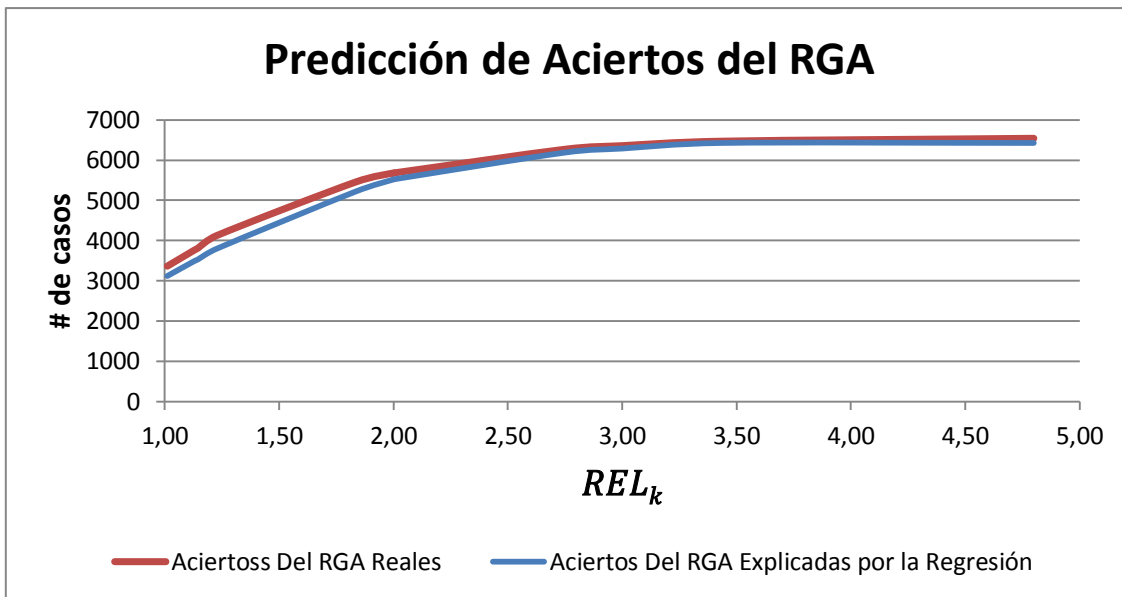


$$\ln\left(\frac{P_e}{1-P_e}\right) = -4.43 + 0.96to_{11} - 0.9to_{12} - 0.95to_{21} + 1.24to_{22} + 0.10\tau_{11} - 0.15\tau_{12} \\ - 0.21\tau_{21} + 0.22\tau_{22} + 0.69\left(\frac{to}{\tau}\right)_{11} + 0.08\left(\frac{to}{\tau}\right)_{12} - 0.03\left(\frac{to}{\tau}\right)_{21} + 0.19\left(\frac{to}{\tau}\right)_{22} \\ - 0.10\frac{to_{11}}{to_{12}} - 0.08\frac{to_{21}}{to_{22}} + 4.5REL_k$$

**Ecuación 32**

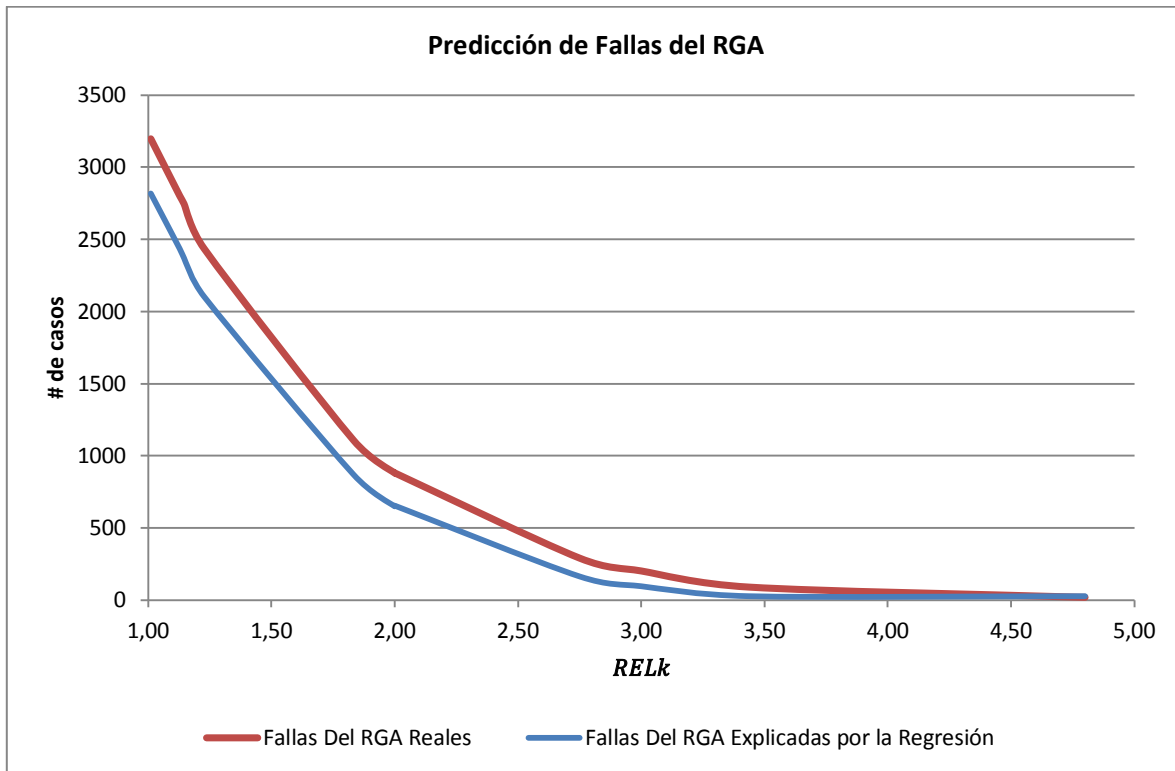
Es de notar que la ecuación (32) se desarrolló para un proceso en el cual el apareamiento recomendado es el no diagonal. Si por la ecuación (3), el apareamiento recomendado resulta ser el diagonal, se debe cambiar la variable controlada 1 por la 2. Lo anterior es equivalente a un intercambio de columnas en la matriz de procesos de un sistema 2 x 2.

Si para un proceso dado, la ecuación (32) da un resultado menor que cero, significará que existe mayor probabilidad que la recomendación del RGA no sea efectiva; en otras palabras, se debe cambiar de apareamiento. En la figura 12, la línea superior corresponde a los aciertos en la recomendación del RGA y la inferior, por otra parte, hace referencia a los casos en los que el RGA dio una recomendación acertada y la regresión (32) no recomendó cambiar la decisión. Si bien la predicción se acerca bastante a la recomendación correcta, no dejan de existir casos en los que el RGA recomienda acertadamente pero la ecuación (32) señala que hay que optar por el apareamiento no recomendado. A este error se le denominó sobre-detección y es la diferencia entre las curvas de la figura 12.



**Figura 12. Aciertos Del RGA Explicados Por Regresión Logística**

Otro enfoque de análisis para el diagnóstico de efectividad que se obtiene con la ecuación (32), es la cantidad de cambios en la recomendación que deja de predecir. En la figura 13, la curva superior representa los errores en la recomendación del RGA; en todos esos casos, la respuesta es mejor cuando se aparea con el lazo no recomendado. La curva inferior representa los cambios que propone la ecuación (32); luego entonces, la diferencia de las dos curvas representa un error en el que era necesario que (32) recomendara cambiar, pero no lo hizo. A este tipo de error se le dio el nombre de sub-detección.



**Figura 13. Fallas Del RGA Explicados Por Regresión Logística**

En las figuras 12-13 se compararon los resultados reales de la mitad de los datos (164025) que no fueron utilizados para generar la ecuación (32), con lo que constituyen una verificación de la aplicabilidad de la misma. Si bien la ecuación (32) presenta dos tipos de fallas en la correcta predicción del cambio de recomendación (sobre-detección y sub-detección), su capacidad de diagnóstico sigue siendo buena debido a la cercanía que presentan las curvas en las figuras 12-13.

# 4. DESARROLLO Y VERIFICACIÓN DE NUEVA METODOLOGÍA DE APAREAMIENTO.

## 4.1. DISEÑO DE METODOLOGÍA PARA APAREAMIENTO EFECTIVO

Si bien la delimitación del área de falla de la metodología del RGA y el diagnóstico de la misma son muy útiles; una nueva metodología que permita un mejoramiento en esos puntos de falla sería realmente provechosa a la hora de realizar el apareamiento multivariable. Dado que ya se tiene una ecuación (32) que predice la probabilidad de error en la efectividad de la recomendación del RGA, se podría combinar con la metodología existente para hacer más robusta la decisión y que aborde los casos de falla mostrados en las figuras 11 y 12. Según lo anterior la secuencia de decisión de apareamiento planteada se muestra en la figura 13.

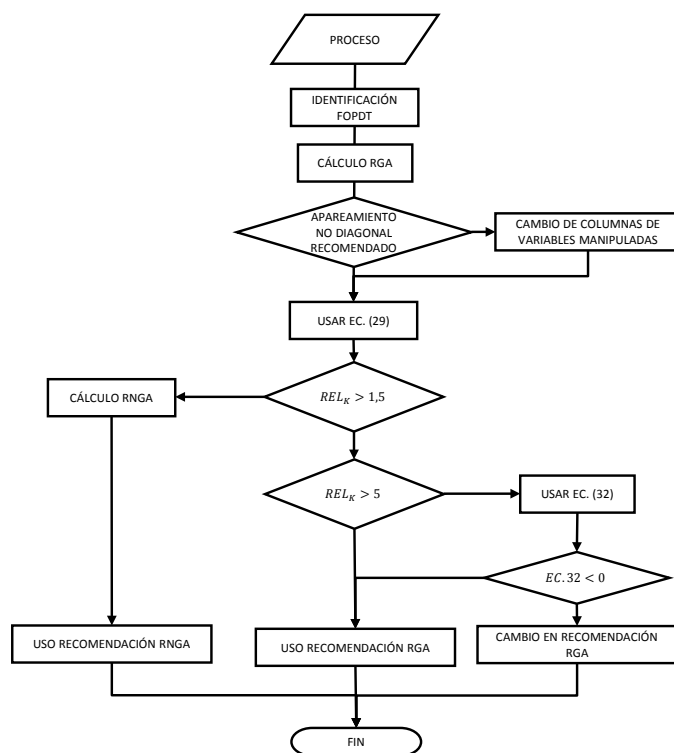


Figura 14. Secuencia De Decisión Planteada

La metodología descrita en la figura 14, que se ha denominado EPRBM (Effective Paring Regression Based Method), se puede describir como:

1. Dado un proceso determinado, se procede a identificarlo mediante la metodología FIT3 u otra que produzca una aproximación de primer orden más tiempo muerto (FOPDT). Un especial cuidado debe tenerse en el método de aproximación debido a la debilidad que presentan los métodos de selección de apareamiento, con respecto a errores en los cálculos de las constantes de los modelos aproximados.
2. A partir de la ecuación (3) se procede a calcular la matriz de ganancias relativas y usando las reglas comentadas en el apartado 2.2 se selecciona el apareamiento recomendado por el RGA.
3. Si a partir de (3) el apareamiento recomendado es el diagonal, se procede a intercambiar las columnas de las variables manipuladas dentro de la matriz de procesos.
4. Usando la ecuación (29) se determina el valor de la magnitud relativa de las productorias de los lazos recomendados y no recomendados.
5. Si el valor de  $REL_k$  es menor o igual a 1.5 remítase al punto 8.
6. Si el valor de  $REL_k$  es mayor o igual a 5 remítase al punto 9.
7. Si el valor de  $REL_k$ , es mayor que 1.5 y menor 5, utilice la ecuación (32) para determinar la pertinencia de la recomendación del RGA.
8. Si el resultado de la ecuación (32) es mayor que cero, remítase al punto 9; sino, utilice el apareamiento contrario al recomendado por el RGA. Este apareamiento es el que tiene la mayor posibilidad de presentar la mejor respuesta en lazo cerrado.
9. Usando las ecuaciones (7-9) calcule el valor del  $RNGA$  y con las reglas comentadas en el apartado 2.3 seleccione el apareamiento recomendado. Este apareamiento es el que tiene la mayor posibilidad de presentar la mejor respuesta en lazo cerrado.
10. Utilice la recomendación emitida por el RGA en el punto 2. Este apareamiento es el que tiene la mayor posibilidad de presentar la mejor respuesta en lazo cerrado.

## 4.2. EJEMPLO DE APLICACIÓN EPRBM

Considérese el tanque de mezclado mostrado en la figura 15 [48]. Una corriente caliente se pone en contacto con una fría en un tanque agitado en el cual se deben controlar tanto la temperatura como el flujo a la salida del mismo. La temperatura de interés se encuentra a una distancia  $L$  corriente abajo del tanque.

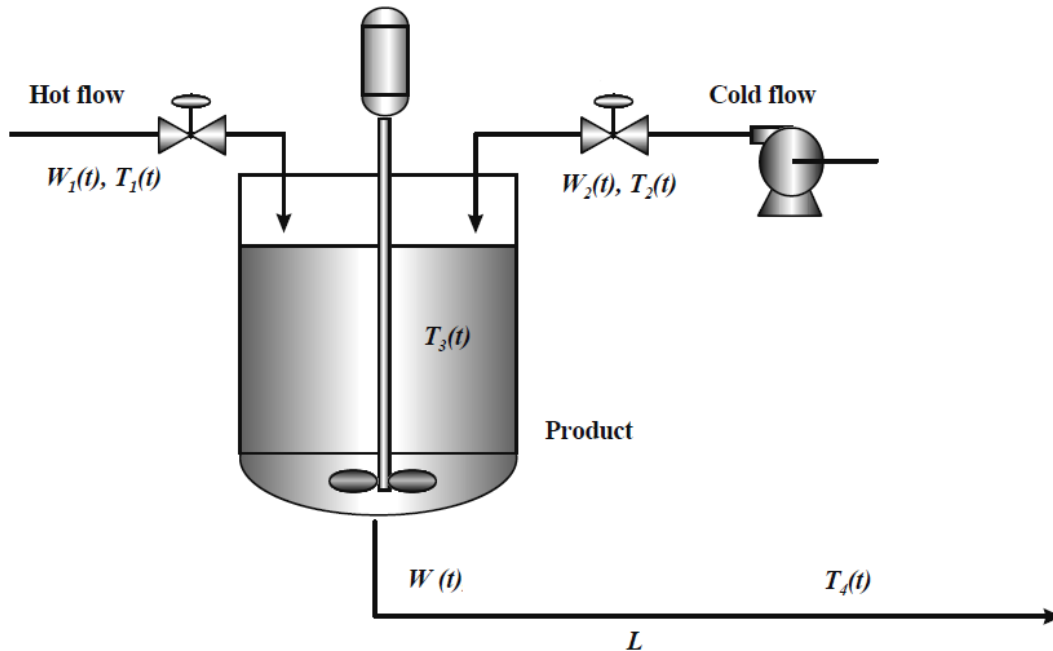


Figura 15. Ejemplo de Aplicación-Tanque de Mezclado

Tal y como se muestra en la figura 15, existen dos posibles variables manipuladas para establecer el lazo de control: los flujos caliente y frío respectivamente. Siendo las variables a controlar el flujo y la temperatura a la salida del tanque, una matriz de interacción entradas salidas quedaría :

$$\begin{matrix} W \\ T_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ W - w_1 & W - w_2 \\ T_4 - w_1 & T_4 - w_2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 33

Mediante el método de caracterización FIT3 [47] se obtienen las aproximaciones de las dinámicas mostradas en la matriz (34):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{9.7e^{-5s}}{22s + 1} & \frac{5e^{-0.03}}{20s + 1} \\ \frac{1.5e^{-3.7s}}{6.7s + 1} & \frac{-2.5e^{-1.15s}}{2.8s + 1} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 34**

Tal y como se puede observar en (34) los valores más grandes de constantes de tiempo y tiempo muerto se agrupan en los componentes no diagonales de la matriz. Aplicaremos, en este ejemplo, la metodología de apareamiento planteada en la figura 14.

Primeramente aplicamos la ecuación (3) para el cálculo del RGA en la matriz (34) tenemos que:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 35**

Dado que el apareamiento recomendado se encuentra en la diagonal principal se procede a intercambiar las columnas de las variables manipuladas en la matriz de proceso. Lo anterior es básicamente convertir la variable manipulada uno en la dos y viceversa. La nueva matriz de interacción entradas-salidas sería:

$$\begin{matrix} & w_2 & w_1 \\ w & [w - w_2 & w - w_1] \\ T_4 & [T_4 - w_2 & T_4 - w_1] \end{matrix}$$

**Ecuación 36**

La nueva matriz de procesos mediante una aproximación FOPDT sería:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{5e^{-0.03}}{20s + 1} & \frac{9.7e^{-5s}}{22s + 1} \\ \frac{-2.5e^{-1.15s}}{2.8s + 1} & \frac{1.5e^{-3.7s}}{6.7s + 1} \end{bmatrix}$$

**Ecuación 37**

Al utilizar (3) nuevamente para el cálculo del RGA, tenemos que:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}$$

**Ecuación 38**

Por (38) vemos ahora que el apareamiento no diagonal es el recomendado por el RGA y como se tiene un NI de 0.34 para el caso diagonal y 0.66 para el no diagonal, se puede concluir que el proceso no tenderá a la inestabilidad. Con estas dos premisas se tiene que la metodología RGA recomienda un apareamiento no diagonal. Aplicando la ecuación (29), para encontrar la relación de la magnitud de las ganancias, se tiene que:

$$REL_k = 3.23$$

**Ecuación 39**

Dado que  $REL_k$  es mayor a 1.5 pero menor que 5 se debe utilizar la ecuación (32) para analizar la pertinencia de cambiar la recomendación del RGA. Usando la ecuación (32) con los datos de la dinámica de la matriz (34) tenemos que:

$$\ln\left(\frac{P_e}{1 - P_e}\right) = -8.63$$

**Ecuación 40**

Dado que la ecuación (40) tiene un valor menor que la unidad la conclusión del método planteado es que se debe cambiar la recomendación del RGA; en otras palabras, el RGA recomienda un apareamiento no diagonal y el método planteado uno diagonal.

Para visualizar la efectividad del método, se implementarán dos controladores PID en el proceso, sintonizados tanto para el caso diagonal como para el no diagonal. Los valores de sintonización para el caso diagonal, calculados mediante las ecuaciones del apartado 3.1.3, se muestran a continuación (16-19):

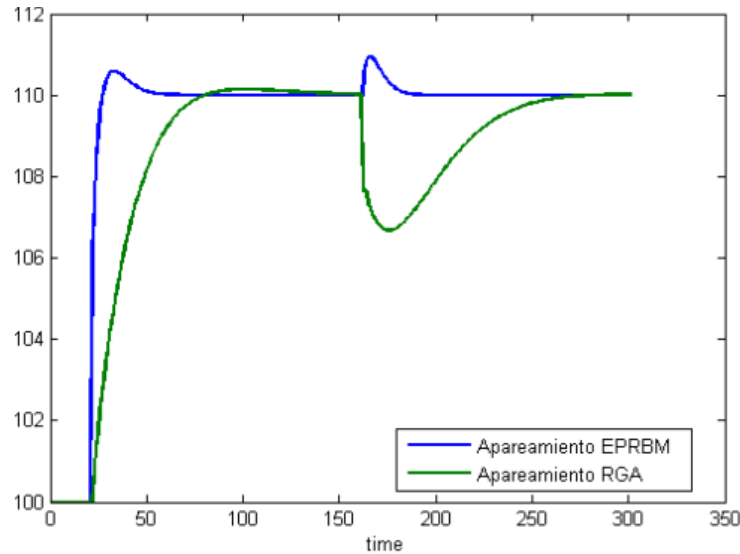
$$F_{ij} = \begin{bmatrix} 4.2333 & 1.3093 \\ 1.3093 & 4.2333 \end{bmatrix}$$

$$Kc_{ij} = \begin{bmatrix} 14.3164 & 0.1575 \\ -0.3381 & 0.1296 \end{bmatrix}$$

$$Ti_{ij} = \begin{bmatrix} 84.6667 & 28.8041 \\ 3.6660 & 28.3633 \end{bmatrix}$$

$$Td_{ij} = \begin{bmatrix} 0.0150 & 2.5000 \\ 0.5750 & 1.8500 \end{bmatrix}$$

La figura 16 detalla la respuesta de la variable controlada 1 para el caso estudiado.

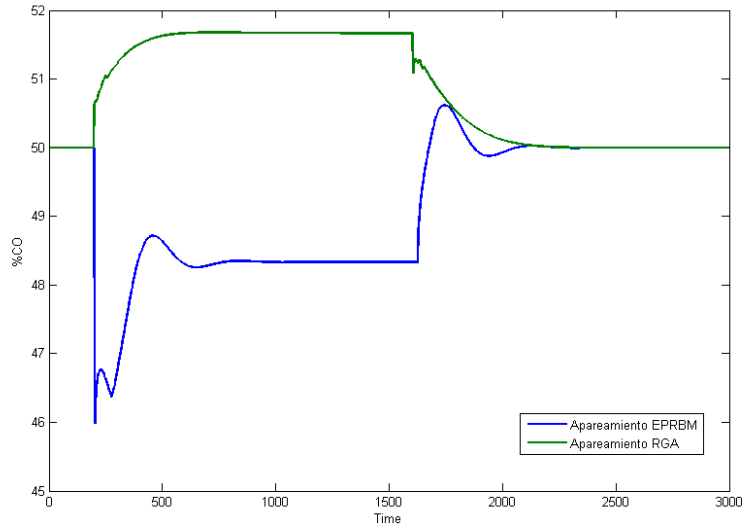


**Figura 16. Respuesta Variable Controlada uno.**

Al analizar la figura 16 notamos que la respuesta para el apareamiento no recomendado, es más rápida y un poco más agresiva que la del apareamiento recomendado. Si establecemos un límite de desviación aceptable del 1%, la variable controlada 1 permanece 70% más tiempo fuera del valor deseado, en caso recomendado, en comparación con el no recomendado. Es de simple apreciación que el lazo no recomendado tiene una respuesta más rápida; sin embargo, exige un poco más al elemento final de control por presentar leves oscilaciones. Teniendo en cuenta que los movimientos no son bruscos y que el nivel de oscilaciones es bajo se puede concluir que, para la variable 1, usar el apareamiento no recomendado produce mejores resultados que con el recomendado.

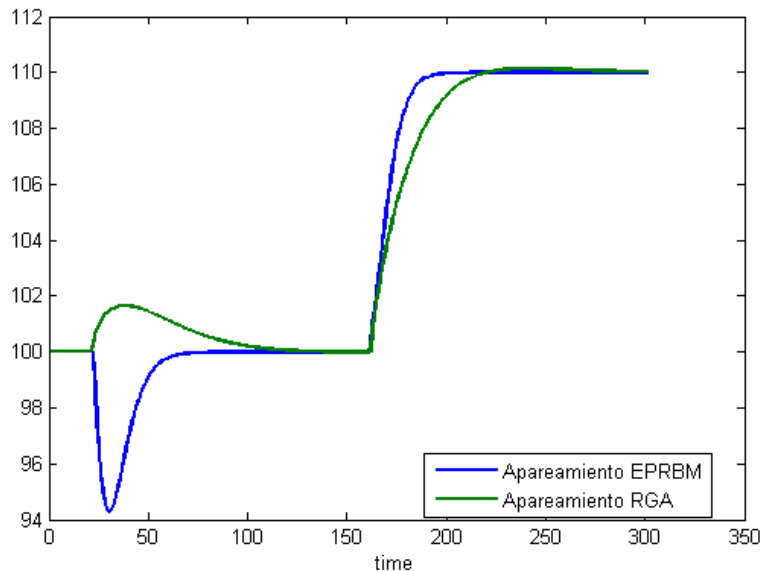
En la figura 17 se detallan los movimientos de la válvula del controlador 1 para los casos diagonal y no diagonal. Nótese que en el caso diagonal, recomendado por el EPRBM los movimientos son un poco más bruscos y rápidos. Esto se debe principalmente a que la dinámica abordada por el apareamiento diagonal es varias veces más rápida que la no diagonal. A pesar que la válvula realiza más movimientos, esto no constituye un riesgo para su operación.





**Figura 17. Movimientos En La Válvula Del Lazo Uno.**

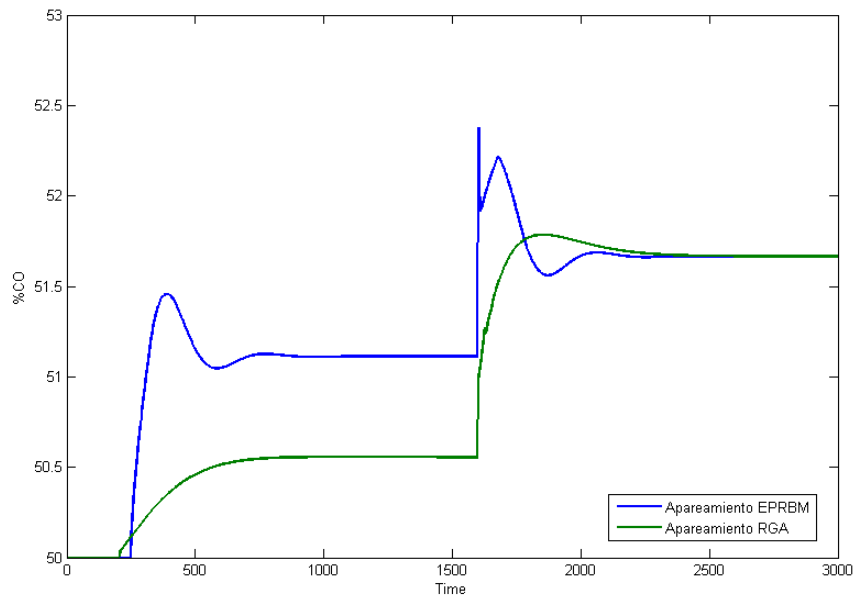
Por otra parte, la figura 18 muestra la respuesta de la variable controlada 2 para los casos recomendado y no recomendado del RGA. Nótese que, para una desviación aceptable del 1%, la variable 2 permanece 80% más tiempo fuera del valor deseado, en el caso recomendado, en comparación con el no recomendado. Nuevamente los movimientos en la válvula para el caso no recomendado son más rápidos y muestran una leve oscilación; sin embargo, no presentan una condición insegura para el desempeño de la misma.



**Figura 18. Respuesta Variable Controlada dos.**

En la figura 19 se detallan también los movimientos de la válvula del controlador del lazo dos, para cada una de las metodologías de apareamiento. Igual que en lazo uno, los movimientos

obtenidos usando el EPRBM son un poco más bruscos, aun así no constituyen un riesgo para la integridad de la válvula.



**Figura 19. Movimientos En La Válvula En El Lazo Dos.**

A partir de la información aportada por las figuras 16-19 es posible corroborar como, para el caso analizado, la recomendación del RGA llevó a respuestas con menor desempeño en lazo cerrado. Es de notar que, en este caso, la metodología EPRBM recomendó, acertadamente, cambiar la recomendación del RGA.

El anterior ejemplo constituye una muestra puntual de la aplicabilidad del método de apareamiento planteado; sin embargo, para verificar los resultados de la metodología, se ensayaron 25 matrices de ganancias de estado estable con 6561 arreglos de dinámica diferente para un total de 164025 casos de estudio. La figura 18 muestra la curva de efectividad del RGA y RNGA, comparándolas con el método planteado en la figura 14. Tanto la figura 20 como la figura 21 muestran una mejora en la efectividad del EPRBM con respecto al RGA y RNGA.

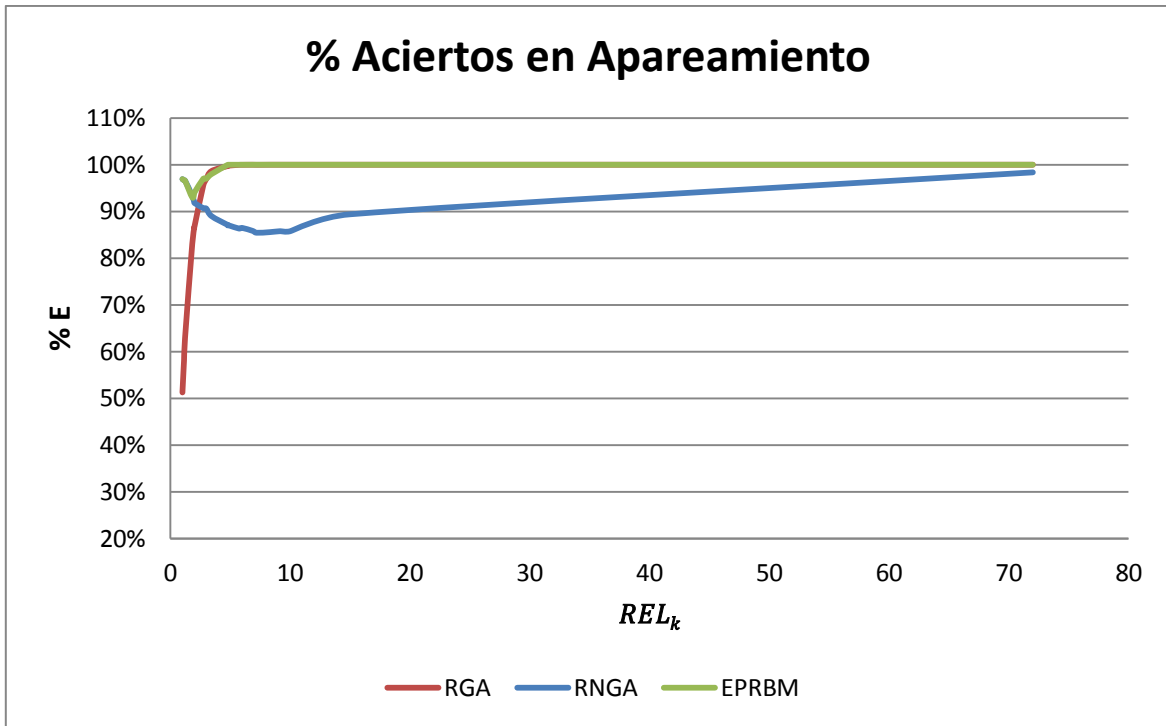


Figura 20. Comparación Efectividad RGA & RGA Vs EPRBM

La figura 21 muestra la mejora en la efectividad del apareamiento cuando se usa el método EPRBM.

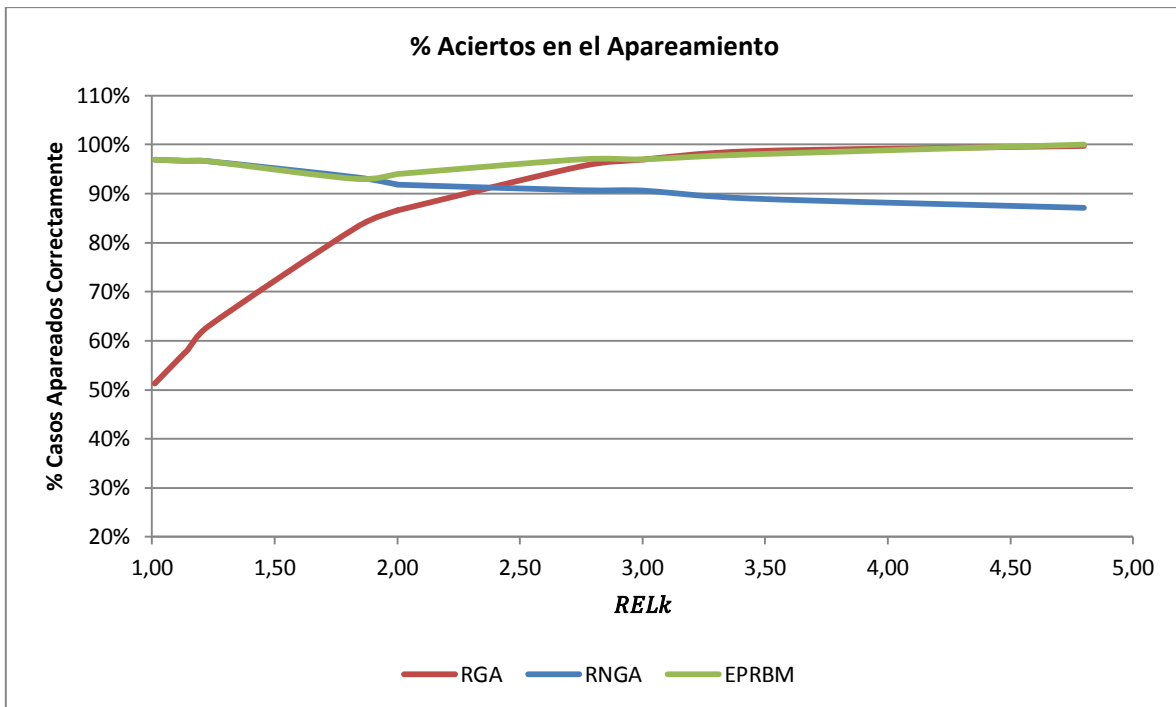


Figura 21. Comparación Efectividad RGA & RGA Vs EPRBM

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La carrera de la ingeniería de procesos hacia la optimización ambiental y económica ha traído consigo un aumento en la complejidad de los procesos y un reto latente para la industria del control automático. Mantener las variables en los puntos deseados, pese a los constantes movimientos estratégicos, múltiples perturbaciones por el uso de energías alternativas y estándares de calidad más rigurosos, han acrecentado las demandas por lazos de control multivariables más robustos y eficientes. En la búsqueda de promover un buen funcionamiento de los lazos, se ha profundizado en el mejoramiento de la efectividad de un método para el correcto apareamiento de variables en lazos de control y las conclusiones y recomendaciones obtenidas durante ese proceso se exponen a continuación.

### CONCLUSIONES

La matriz de ganancias relativas presenta características de simplicidad que la hacen ser uno de los métodos más utilizados, en cuanto a apareamiento y disminución del tamaño de planta se refiere. Entre sus fortalezas están los hechos de estar bien fundamentada, ser eficiente dado que su cálculo es relativamente sencillo, presentar gran aplicabilidad, que su rigurosidad vaya de la mano con la disminución de las interacciones en lazo cerrado, presentar una respuesta cuantitativa para la toma de decisión y ser independiente tanto del sistema de control como de las perturbaciones. Sin embargo, presenta algunas falencias en su efectividad y en algunos casos puede llevar a recomendaciones de apareamiento incorrectas.

La principal característica del RGA que propende a la disminución de su efectividad, es que no tiene en cuenta la dinámica del proceso. Muchos autores han demostrado dicha falencia pero ninguno ha establecido rangos de aplicabilidad o delimitado la efectividad del método basado en algún parámetro. El RGA, por ejemplo, es una alternativa de solución novedosa que ha mostrado buenos resultados en casos puntuales de fallas del RGA; sin embargo, no constituye una solución completa debido a que en una gran cantidad de casos su efectividad es mucho menor que la del RGA. En el presente estudio se mostró que las efectividades de la recomendación del RGA y RGA son afectadas por los parámetros que rigen la dinámica del proceso y que disminuyen cuando los lazos no recomendados presentan dinámicas rápidas con respecto a los recomendados.

La efectividad de la recomendación del RGA y RNGA muestra una dependencia con la relación de las productorias de las ganancias del lazo recomendado con respecto al no recomendado. Cuando la productoria de las ganancias del apareamiento recomendado es 5 veces mayor que la no recomendada, la efectividad del RGA es del 100%. Por otro lado, si la relación de productorias es menor a 1.5 veces, el RNGA permite obtener efectividades por encima del 97%. En el espacio de las productorias entre 1.5 y 5, ambos métodos muestran bajos valores de efectividad que en algunos casos llega hasta un mínimo del 50%.

El método de apareamiento propuesto se basa en el uso del RNGA para valores de la relación entre productorias menores a 1.5, el RGA para valores de la relación mayores a 5 y el uso de una regresión logística para predecir la efectividad para valores intermedios de la relación de productorias. Con la utilización del método propuesto se obtuvo mejoras en la recomendación del apareamiento para todo el rango de la relación de productorias comparado con el RGA y RNGA, respectivamente.

## RECOMENDACIONES

Si bien el método propuesto mostró buenos resultados para lazos 2x2 sería muy interesante evaluar su desempeño para lazos de mayor tamaño. Para ese caso, habría más de un apareamiento no recomendado con lo cual se podría seleccionar el de mejor desempeño para realizar el análisis.

En el presente trabajo se utilizó un método de sintonía común basado en las ecuaciones de sintonización lambda [4] y el método multivariable de Chien, Huang and Yang [35]. Si se quieren independizar los resultados del tipo de apareamiento utilizado, sería conveniente usar un método de optimización en cada caso para obtener el mejor desempeño posible y con el llevar a cabo la comparación. Este enfoque requiere bastos recursos informáticos y una demanda de tiempo extensa.

En el desarrollo de la ecuación logística, se utilizaron todos los factores significativos basados en los coeficientes de Pearson. Sin embargo, algunos de los parámetros muestran similitud de comportamiento con respecto a la variable respuesta y se una mejora sería la disminución de parámetros en la ecuación desarrollada sin propender a una disminución en su capacidad de diagnóstico o en la mejora de la efectividad que acarrea su utilización.

# REFERENCIAS

- [1] R. Dittmar, S. Gill, H. Singh, M. Darby, "Robust Optimization-based multi-loop PID controller tuning: a new tool and its industrial application," *Control engineering practice*, vol. 20, pp. 355-370, 2012.
- [2] M. Van de Wal, B. De Jager, "A review of methods for input/output selection". *Automatica*, vol. 37, pp. 487-510, 2001.
- [3] E. H. Bristol, "On a new measure of interaction for multivariable process control". *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 11, pp. 133-134, 1966.
- [4] T. E. Marlin. "Process Control: Designing Processes And Control Systems For Dynamic Performance (2nd Ed.)". Singapore: McGraw-Hill International Edition, 2000.
- [5] A. Niederlinski, A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting subsystems, *Automatica*, vol. 7 , pp. 691-701, 1971.
- [6] T. McAvoy, Y. Arkun, R. Chen, D. Robinson, & P. D. Schenelle, "A new approach to defining a dynamic relative gain", *Control Engineering Practice*, vol. 11, pp. 907-914, 2003.
- [7] M.-J. He, W.-J. Cai, W. Ni, L.-H. Xie, "RNGA based control system configuration for multivariable processes", *J. Process Control*, vol. 19, pp. 1036-1042, 2009.
- [8] S. Skogestad, & K. Havre, "The Use Of RGA And Condition Number As Robustness Measures", *Computers chem. Engng*, Vol. 20, Suppl., pp. SI005-SI010, 1996.
- [9] F.G. Shinskey, "Process Control Systems", McGraw-Hill, New York, 1988.
- [10] T. Mc Avoy, "Interaction analysis". Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1983.
- [11] V. C. Machado, D. Gabriel, J. Lafuente, & J. A. Baeza, "Cost and effluent quality controllers design based on the relative gain array for a nutrient removal WWTP", *Water Research*, vol. 43 , pp. 5129 - 5141, 2009.
- [12] S. Lin, L. Xionglin, H. Benquan & B. Yujie, "Bypass Selection for Control of Heat Exchanger Network", *Chinese Journal of Chemical Engineering*, vol. 21(3), pp. 276-284, 2013.

- [13] S. Skogestad, & M. Morari, "Implications of large RGA elements on control performance". *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 26 (11), pp. 2323-2330, 1987b.
- [14] M. Hovd, & S. Skogestad, "Simple frequency-dependent tools for control system analysis, structure selection and design". *Automatica*, vol. 28(5), pp. 989-996. 1992b
- [15] J. Chen, J. S. Freudenberg, & C. N. Nett, (1994). "The role of the condition number and the relative gain array in robustness analysis". *Automatica*, vol. 30(6), pp. 1029-1035, 1994.
- [16] L. Zhang, P.X. Zhang, H.F. Wang, Z. Chen, W. Du, Y.J. Cao and S.J. Chen, "Interaction assessment of FACTS control by RGA for the effective design of FACTS damping controllers", *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 153, No. 5, September 2006.
- [17] H. F. Wang, P. X. Zhang, S. J. Chen, Y. J. Cao, "RGA applications in the control of flexible AC transmission systems", *Circuits and Systems*, 2003 IEEE 46th Midwest Symposium, vol. 3, December 2003.
- [18] D. E. Reeves, "A comprehensive approach to control configuration design for complex systems". Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, 1991.
- [19] Y. Cao, & D. Biss, "New screening techniques for choosing manipulated variables". *Proceedings of IFAC World Congress*, vol. M, pp. 103-108, 1996.
- [20] J.-W.Chang, & C.-C. Yu, "The relative gain for nonsquare multivariable systems". *Chemical Engineering Science*, Vol. 45(5), pp. 1309-1323, 1990.
- [21] S. Skogestad, & I. Postlethwaite, "Multivariable feedback control: Analysis and design". Chichester, UK: Wiley, 1996.
- [22] M. Witcher, & T. J. McAvoy, "Interacting control systems: Steady state and dynamic measurement of interaction". *ISA Transactions*, vol. 16, pp. 35-41, 1977.
- [23] E. Bristol, "Recent results on interactions in multivariable process control". Presented at 71st Annual AIChE Meeting, Houston, TX, 1979.
- [24] L. Tung, & T. Edgar, "Analysis of control-output interactions in dynamic systems". *A.I.Ch.E. Journal*, vol. 27, pp. 690-693, 1981.

- [25] J. P. Gagnepain, & D. E. Seborg, "Analysis of process interactions with application to multiloop control system design". *Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and Development*, vol. 21, pp. 5–11, 1982.
- [26] M. C. Arranz, & W. Birk, "A New Approach to the Dynamic RGA Analysis of Uncertain Systems", 2008 IEEE Int Symposium on Computer-Aided Control System Design, 2008 IEEE Multi-conference on Systems and Control, September 2008.
- [27] M. Sharifzadeh, "Integration of process design and control: A review", *Chemical Engineering Research and Design*, Article in Press, 2013
- [28] Q. Xiong, W.-J. Cai, M.-J. He, "A practical loop pairing criterion for multivariable process", *J. Process Control*, vol. 15, pp. 741–747, 2005.
- [29] L. Yunhui, L. Hongbo, C. Wenjian, J. Zhiping, J. Lei, S. Ruifu, "Control Configuration Selection Based on RGA for Non-square Multivariable Processes", Proceedings of Control Conference (CCC), 2012 31st Chinese, 2012.
- [30] T. N. Luan Vu, & M. Lee, "Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes", *Journal of Process Control*, vol. 20, pp.922–933, 2010.
- [31] A. Parvathi, D. Subbulekshmi, "RGA algorithm of nonlinear chemical reactor", Proceedings Of Iccetec 2011, 2011.
- [32] Q-F. Liao, W-J. Caia, S-Y. Lib, Y-Y Wang, "Interaction analysis and loop pairing for MIMO processes described by T-S fuzzy models", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 207, pp.64–76, 2012.
- [33] G.D. Molina, D.A.R. Zumoffen, M.S. Basualdo, "Plant-wide control strategy applied to the Tennessee Eastman process at two operating points", *Computers and Chemical Engineering*, vol. 35, pp. 2081– 2097, 2011.
- [34] W.L., Luyben, "A simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems", *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Devel.*, vol. 25, pp. 654 ff, 1986.
- [35] I.-L., Chien, H.-P., Huang, & J.-C., Yang, "A simple multi loop tuning method for PID controllers with no proportional kick", *Ind. Eng.Chem.Res.*, vol. 38, pp. 1456–1468, 1999.



- [36] Q., Xiong, W.-J., Cai, M.-J., He, & M., He, "Decentralized control system design for multivariable processes—A novel method based on relative gain array". *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 45, pp. 2769–2776, 2006.
- [37] M., Hovd, & S., Skogestad, "Sequential design of decentralized controllers", *Automatica*, vol. 30(10), pp. 1601–1607, 1994.
- [38] J. Y., Choi, J., Lee, J. H., Jung, M., Lee, C., Hang, "Sequential loops closing identification of multivariable process models", *computer and chemical engineering*, vol. 24, pp. 809-814, 2000.
- [39] M., Hovd, & S., Skogestad, "Improved independent design of robust decentralized controllers", *J. Process Control*, 3(1), 43–51, 1993.
- [40] D., Chen, & D.E., Seborg, "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis", *J. Process Control*, 13(1), 27–39, 2003.
- [41] H. P., Huang, J. C., Jeng, C.H., Chiang, W. Pan, "A direct method for multi-loop PI/PID controller design", *Journal of Process Control*, vol. 13, pp. 769–786, 2003.
- [42] T. N., Luan, M., Lee, "Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes", *Journal of Process Control*, vol. 20, pp. 922–933, 2010.
- [43] C.C. Hang, K.J. Astrom, Q.G. Wang, "Realy Feedbak auto-tuning of process controllers – a tutorial review", *Journal of process control*, vol. 12, pp. 143 – 162, 2002.
- [44] S., Tavakoli, I., Griffin, P. J., Fleming, "Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes", *Control Engineering Practice*, vol. 14, pp. 1069–1080, 2006.
- [45] R. Dittmar, S. Gill, H. Singh, M. Darby, "Robust Optimization-based multi-loop PID controller tuning: a new tool and its industrial application," *Control engineering practice*, vol. 20, pp. 355-370, 2012.
- [46] Hosmer, David W.; Stanley Lemeshow, "Applied Logistic Regression", 2nd ed. New York; Chichester, Wiley, 2000.
- [47] C. A. Smith, & A. B. Corripio, "Principles and Practice of Automatic Process Control, 2<sup>nd</sup> Ed.", *Jhon Wiley & Sons*, 1997.

[48] E. Iglesias, Y. Garcia, M. Sanjuan, O. Camacho, C. Smith, "Fuzzy Surface-Based Sliding Mode Control". *ISA Transactions*, Vol. 46 (1), 73-83, 2007

# ANEXOS

## IMPLEMENTACIÓN SIMULACIÓN

A continuación se muestran detalles de la estructura de la simulación implementada para la evaluación de la efectividad.

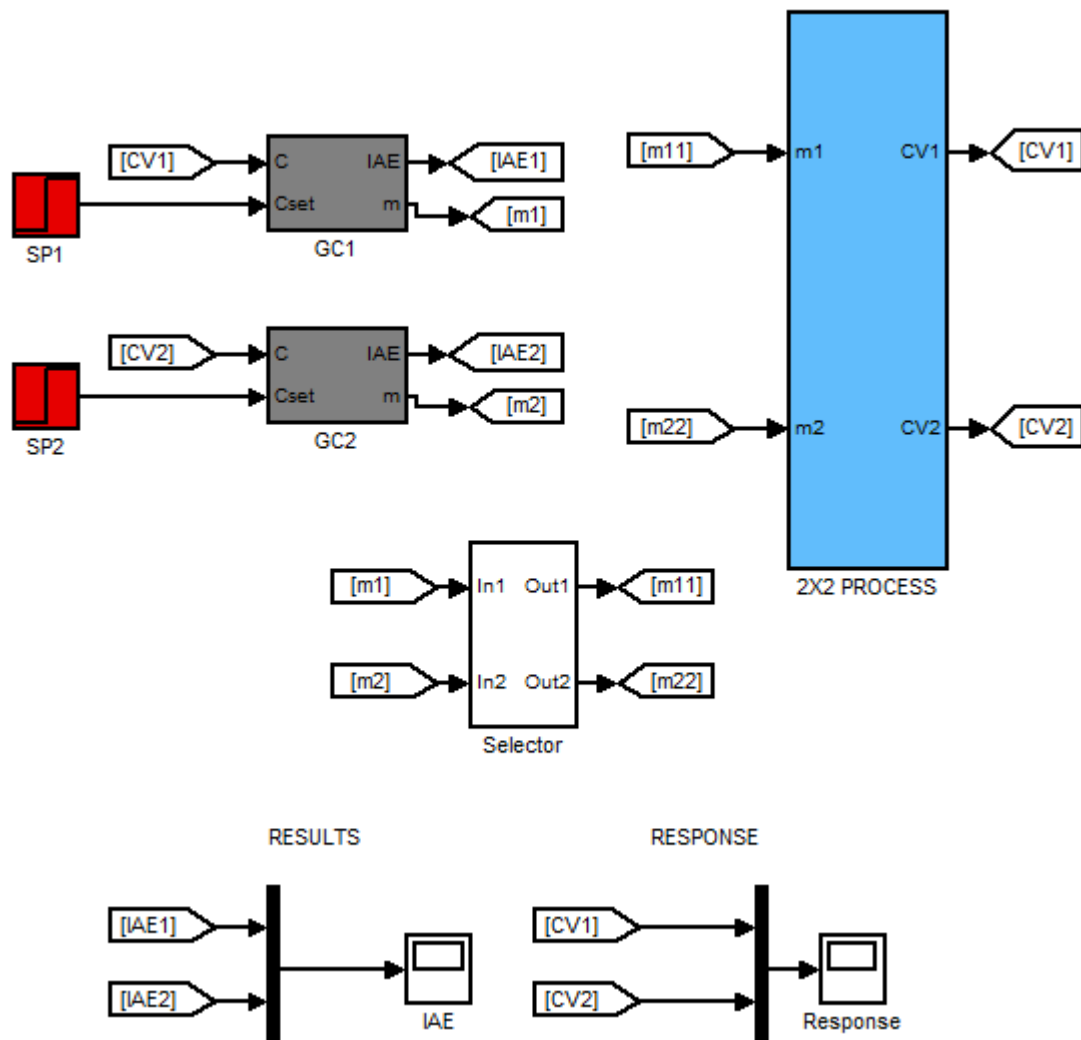


Figura 22. Esquema Simulación Evaluación Efectividad

## PROGRAMA EVALUACIÓN DE EFECTIVIDAD RGA

```
K = input('Ingresa la matriz de ganancias del proceso: ');
ti = input('Ingresa el mínimo valor de las constantes de tiempo: ');
t = input('Ingresa el máximo valor de las constantes de tiempo: ');
ri = input('Ingresa el mínimo valor de la relación to/tau: ');
r = input('Ingresa el máximo valor de la relación to/tau: ');
it = input('Ingresa el número de iteraciones: ');
dt=(t-ti)/it;
rr=(r-ri)/it;
tit=(it+1)^8;
i=1;
E=zeros(tit,1);
IAE1F=zeros(2,1,tit);
IAE2F=zeros(2,1,tit);
SELC=zeros(2,4,tit);
IAE1=zeros(2,1);
IAE2=zeros(2,1);
F=zeros(2);
I=zeros(tit,1);
IAE1r=zeros(tit,1);
IAE2r=zeros(tit,1);
IAE1nr=zeros(tit,1);
IAE2nr=zeros(tit,1);
IAE1T=zeros(tit,1);
IAET=zeros(tit,2);
IAE2T=zeros(tit,1);
RESPON=zeros(301,3,2,tit);
TS=zeros(tit,1);
TOS=zeros(tit,1);
KCS=zeros(tit,1);
TIS=zeros(tit,1);
TDS=zeros(tit,1);
for tau_11=ti:dt:t
for tau_12=ti:dt:t
for tau_21=ti:dt:t
for tau_22=ti:dt:t
for to_11=ri:rr:r
for to_12=ri:rr:r
for to_21=ri:rr:r
for to_22=ri:rr:r

gp_11=K(1,1);
gp_12=K(1,2);
gp_21=K(2,1);
gp_22=K(2,2);
T=[tau_11,tau_12;
   tau_21,tau_22];
To=[to_11,to_12;
    to_21,to_22];
To=To.*T;%multiplica los tau por las relaciones to/tau respectivas para
hallar la matriz de to's
Apareamientos_2X2;%Corre el programa para encontrar el apareamiento
recomendado.
```

```

for k=1:1:2,%Calcula las constantes de desacoplamiento según la teoría de
Chien,Huang and Yang(1999)
    for j=1:1:2,
        if RGA(k,j)<1,
            F(k,j)=1/RGA(k,j);
        else
            F(k,j)=1;
        end
    end
end
KCB=T./(K.*(2.2*To))./F;%Calcula la matriz de las ganancias de los
controladores.
KC=(abs(KCB)).*(K./(abs(K))).*(RGA./(abs(RGA)));%Cambia los signos de las
ganancias de los controladores para los RGA negativos
TI=T.*F;%Calcula la matriz de los tiempos integrales.
TD=To/2;%Calcula la matriz de los tiempos derivativos.
if det(K)==0,%Prueba si el sistema es controlable
    i=i+1;
else
    clear IAE1;
    clear IAE2;
    for n=1:1:2%loop para evaluar todos los posibles apareamientos
        [sel1,sel2]=find(REF==RAF(n,1));%Identifica las posiciones de
cada uno de los apareamientos recomendados y no recomendados
        [sel3,sel4]=find(REF==RAF(n,2));% y coteja su posición en la
matriz de referencia para encontrar las parejas CV-MV
        SEL=zeros(2);%Crea una matriz de ceros para que sirva de selector
paras las CV
        SEL(sel1,sel2)=1;%ubica unos en las posiciones que corresponden a
los apareamientos CV-MV seleccionada
        SEL(sel3,sel4)=1;
        kc1=KC(sel1,sel2);%Asigna los valores de los parámetros de los
controladores.
        ti1=TI(sel1,sel2);
        td1=TD(sel1,sel2);
        kc2=KC(sel3,sel4);
        ti2=TI(sel3,sel4);
        td2=TD(sel3,sel4);
        m_bar=50;%Asigna un valor global para la señal de los
controladores en estado estable.
        c_bar=50;%Asigna un valor global para la señal de los sensores en
estado estable.
        sim('Normal_RGA');%Corre la simulación
        IAE1(n,1)=IAEs(300,2);%Guarda en una columna el valor del IAE
Global para el apareamiento "n"
        IAE2(n,1)=IAEs(300,3);%Guarda en una columna el valor del IAE
Global para el apareamiento "n"
        SELC(n,:,i)=[sel1,sel2,sel3,sel4];%Guarda los valores de la
selección
        RESPON(:, :, n, i)=Response(:, :);%Guarda los valores de las
respuestas
    end
    IAE1F(:,1,i)=IAE1(:,1);%Guarda el valor de los IAES para la variable
1
    IAE2F(:,1,i)=IAE2(:,1);%Guarda el valor de los IAES para la variable
1
    E(i,1)=e;%Guarda el valor de la selección

```

```

    I(i,1)=i;
    IAE1r(i,1)=IAE1(e,1);%Guarda el valor del IAE de la variable 1
recomendado
    IAE2r(i,1)=IAE2(e,1);%Guarda el valor del IAE de la variable 2
recomendado
    IAE1(e,:)=[];%Elimina la fila del apareamiento recomendado para la
variable 1
    IAE2(e,:)=[];%Elimina la fila del apareamiento recomendado para la
variable 2
    IAE1nr(i,1)= min(IAE1(:,1));%Buscar el menor valor del IAE sin contar
el apareamiento recomendado para la variable 1
    IAE2nr(i,1)= min(IAE2(:,1));%Buscar el menor valor del IAE sin contar
el apareamiento recomendado para la variable 2
    IAE1T(i,1)=IAE1r(i,1)/IAE1nr(i,1);%Calcula la relación entre la
recomendada sobre la no recomendada para la variable 1
    IAE2T(i,1)=IAE2r(i,1)/IAE2nr(i,1);%Calcula la relación entre la
recomendada sobre la no recomendada para la variable 1
    TS(i,1)=T(1,1);%guarda los valores de la dinámica de la matriz de
procesos estudiada
    TS(i,2)=T(1,2);
    TS(i,3)=T(2,1);
    TS(i,4)=T(2,2);
    TOS(i,1)=To(1,1);
    TOS(i,2)=To(1,2);
    TOS(i,3)=To(2,1);
    TOS(i,4)=To(2,2);
    KCS(i,1)=KC(1,1);%guarda los valores de los parámetros de sintonía
    KCS(i,2)=KC(1,2);
    KCS(i,3)=KC(2,1);
    KCS(i,4)=KC(2,2);
    TIS(i,1)=TI(1,1);
    TIS(i,2)=TI(1,2);
    TIS(i,3)=TI(2,1);
    TIS(i,4)=TI(2,2);
    TDS(i,1)=TD(1,1);
    TDS(i,2)=TD(1,2);
    TDS(i,3)=TD(2,1);
    TDS(i,4)=TD(2,2);
    clc;
    prc=i/tit*100%muestra el porcentaje de avance de la simulación
    i=i+1;%contador de iteraciones
end
end
end
end
end
end
end
end
end
[x,y]=find(IAE1T==0|IAE2T==0);%Borra todos los resultado iguales a cero
IAE1r(x,:)=[];
IAE2r(x,:)=[];
SELC(x,:)=[];
IAE1nr(x,:)=[];
IAE2nr(x,:)=[];
E(x,:)=[];

```

```

IAE1F(:, :, x) = [];
IAE2F(:, :, x) = [];
IAE1T(x, :) = [];
IAE2T(x, :) = [];
TOS(x, :) = [];
TS(x, :) = [];
TDS(x, :) = [];
TIS(x, :) = [];
I(x, :) = [];
[o, p] = find(IAE1T > 1 | IAE2T > 1); %encuentra los valores de IAET que dieron mal
apareamiento del RGA
size (o)
IEAT(:, 1) = IAE1T(:, 1);
IEAT(:, 2) = IAE2T(:, 1);

```

### *EVALUACIÓN DE APAREAMIENTOS RGA*

```

RGA = K.*inv(K)';
REF = [11 12;
       21 22]; %matriz de referencia de las posiciones
RAF = [11 22; %matriz espejo para los posibles apareamientos
       12 21];
APAS = [RGA(1,1) RGA(2,2); %matriz de los posibles apareamientos
        RGA(1,2) RGA(2,1)];
[f, c] = find(APAS < 0); %encuentra las filas y columnas con valores menores
que cero y los guarda en un vector
APAS(f, :) = []; %elimina las filas, de la matriz de desición, que contienen
valores de apareamiento negativos
RAF(f, :) = []; %elimina las filas, de la matriz espejo, que contienen valores
de apareamiento negativos
[a, b] = size(APAS); %Calcula el tamaño de la matriz y le asigna a: numero de
filas b: número de columnas
m = 1;
low = zeros(a, 1);
for m = 1:1:a
    low(m, 1) = sum(abs(APAS(m, :) - 1)); %suma todos los valores de las
distancias a la unidad de las RGA de las combinaciones
end
[e, j] = find(low == min(min(low))); %Selecciona el apareamiento recomendado
RAF = [11 22; %reconfiguración de la matriz espejo para los posibles
apareamientos
       12 21];

```

## PROGRAMA EVALUACIÓN DE EFECTIVIDAD RNGA

```
K = input('Ingresa la matriz de ganancias del proceso: ');
ti = input('Ingresa el mínimo valor de las constantes de tiempo: ');
t = input('Ingresa el máximo valor de las constantes de tiempo: ');
ri = input('Ingresa el mínimo valor de la relación to/tau: ');
r = input('Ingresa el máximo valor de la relación to/tau: ');
it = input('Ingresa el número de iteraciones: ');
dt=(t-ti)/it;
rr=(r-ri)/it;
tit=(it+1)^8;
i=1;
E=zeros(tit,1);
IAE1F=zeros(2,1,tit);
IAE2F=zeros(2,1,tit);
SELC=zeros(2,4,tit);
IAE1=zeros(2,1);
IAE2=zeros(2,1);
F=zeros(2);
I=zeros(tit,1);
IAE1r=zeros(tit,1);
IAE2r=zeros(tit,1);
IAE1nr=zeros(tit,1);
IAE2nr=zeros(tit,1);
IAE1T=zeros(tit,1);
IAET=zeros(tit,2);
IAE2T=zeros(tit,1);
RESPON=zeros(301,3,2,tit);
TS=zeros(tit,1);
TOS=zeros(tit,1);
KCS=zeros(tit,1);
TIS=zeros(tit,1);
TDS=zeros(tit,1);
for tau_11=ti:dt:t
for tau_12=ti:dt:t
for tau_21=ti:dt:t
for tau_22=ti:dt:t
for to_11=ri:rr:r
for to_12=ri:rr:r
for to_21=ri:rr:r
for to_22=ri:rr:r

gp_11=K(1,1);
gp_12=K(1,2);
gp_21=K(2,1);
gp_22=K(2,2);
T=[tau_11,tau_12;
   tau_21,tau_22];
To=[to_11,to_12;
    to_21,to_22];
To=To.*T;%multiplica los tau por las relaciones to/tau respectivas para
hallar la matriz de to's
Apareamientos_2X2_RNGA;%Corre el programa para encontrar el apareamiento
recomendado.
```



```

for k=1:1:2,%Calcula las constantes de desacoplamiento según la teoría de
Chien,Huang and Yang(1999)
    for j=1:1:2,
        if RGA(k,j)<1,
            F(k,j)=1/RGA(k,j);
        else
            F(k,j)=1;
        end
    end
end
KCB=T./(K.*(2.2*To))./F;%Calcula la matriz de las ganancias de los
controladores.
KC=(abs(KCB)).*(K./(abs(K))).*(RGA./(abs(RGA)));%Cambia los signos de las
ganancias de los controladores para los RGA negativos
TI=T.*F;%Calcula la matriz de los tiempos integrales.
TD=To/2;%Calcula la matriz de los tiempos derivativos.
if det(K)==0,%Prueba si el sistema es controlable
    i=i+1;
else
    clear IAE1;
    clear IAE2;
    for n=1:1:2%loop para evaluar todos los posibles apareamientos
        [sel1,sel2]=find(REF==RAF(n,1));%Identifica las posiciones de
cada uno de los apareamientos recomendados y no recomendados
        [sel3,sel4]=find(REF==RAF(n,2));% y coteja su posición en la
matriz de referencia para encontrar las parejas CV-MV
        SEL=zeros(2);%Crea una matriz de ceros para que sirva de selector
paras las CV
        SEL(sel1,sel2)=1;%ubica unos en las posiciones que corresponden a
los apareamientos CV-MV seleccionada
        SEL(sel3,sel4)=1;
        kc1=KC(sel1,sel2);%Asigna los valores de los parámetros de los
controladores.
        ti1=TI(sel1,sel2);
        td1=TD(sel1,sel2);
        kc2=KC(sel3,sel4);
        ti2=TI(sel3,sel4);
        td2=TD(sel3,sel4);
        m_bar=50;%Asigna un valor global para la señal de los
controladores en estado estable.
        c_bar=50;%Asigna un valor global para la señal de los sensores en
estado estable.
        sim('Normal_RGA');%Corre la simulación
        IAE1(n,1)=IAEs(300,2);%Guarda en una columna el valor del IAE
Global para el apareamiento "n"
        IAE2(n,1)=IAEs(300,3);%Guarda en una columna el valor del IAE
Global para el apareamiento "n"
        SELC(n,:,i)=[sel1,sel2,sel3,sel4];%Guarda los valores de la
selección
        RESPON(:, :, n, i)=Response(:, :);%Guarda los valores de las
respuestas
    end
    IAE1F(:,1,i)=IAE1(:,1);%Guarda el valor de los IAES para la variable
1
    IAE2F(:,1,i)=IAE2(:,1);%Guarda el valor de los IAES para la variable
1
    E(i,1)=e;%Guarda el valor de la selección

```

```

    I(i,1)=i;
    IAE1r(i,1)=IAE1(e,1);%Guarda el valor del IAE de la variable 1
recomendado
    IAE2r(i,1)=IAE2(e,1);%Guarda el valor del IAE de la variable 2
recomendado
    IAE1(e,:)=[];%Elimina la fila del apareamiento recomendado para la
variable 1
    IAE2(e,:)=[];%Elimina la fila del apareamiento recomendado para la
variable 2
    IAE1nr(i,1)= min(IAE1(:,1));%Buscar el menor valor del IAE sin contar
el apareamiento recomendado para la variable 1
    IAE2nr(i,1)= min(IAE2(:,1));%Buscar el menor valor del IAE sin contar
el apareamiento recomendado para la variable 2
    IAE1T(i,1)=IAE1r(i,1)/IAE1nr(i,1);%Calcula la relación entre la
recomendada sobre la no recomendada para la variable 1
    IAE2T(i,1)=IAE2r(i,1)/IAE2nr(i,1);%Calcula la relación entre la
recomendada sobre la no recomendada para la variable 1
    TS(i,1)=T(1,1);%guarda los valores de la dinámica de la matriz de
procesos estudiada
    TS(i,2)=T(1,2);
    TS(i,3)=T(2,1);
    TS(i,4)=T(2,2);
    TOS(i,1)=To(1,1);
    TOS(i,2)=To(1,2);
    TOS(i,3)=To(2,1);
    TOS(i,4)=To(2,2);
    KCS(i,1)=KC(1,1);%guarda los valores de los parámetros de sintonía
    KCS(i,2)=KC(1,2);
    KCS(i,3)=KC(2,1);
    KCS(i,4)=KC(2,2);
    TIS(i,1)=TI(1,1);
    TIS(i,2)=TI(1,2);
    TIS(i,3)=TI(2,1);
    TIS(i,4)=TI(2,2);
    TDS(i,1)=TD(1,1);
    TDS(i,2)=TD(1,2);
    TDS(i,3)=TD(2,1);
    TDS(i,4)=TD(2,2);
    clc;
    prc=i/tit*100%muestra el porcentaje de avance de la simulación
    i=i+1;%contador de iteraciones
end
end
end
end
end
end
end
end
end
[x,y]=find(IAE1T==0|IAE2T==0);%Borra todos los resultado iguales a cero
IAE1r(x,:)=[];
IAE2r(x,:)=[];
SELC(x,:)=[];
IAE1nr(x,:)=[];
IAE2nr(x,:)=[];
E(x,:)=[];

```

```

IAE1F(:, :, x) = [];
IAE2F(:, :, x) = [];
IAE1T(x, :) = [];
IAE2T(x, :) = [];
TOS(x, :) = [];
TS(x, :) = [];
TDS(x, :) = [];
TIS(x, :) = [];
I(x, :) = [];
[o, p] = find(IAE1T > 1 | IAE2T > 1); %encuentra los valores de IAET que dieron mal
apareamiento del RGA
size (o)
IEAT(:, 1) = IAE1T(:, 1);
IEAT(:, 2) = IAE2T(:, 1);

```

### *EVALUACIÓN DE APAREAMIENTOS RGA*

```

TAU_PLUS = T + To; %Calcula la suma de tau + to
KN = K ./ TAU_PLUS; %Calcula la matriz de ganancias normalizadas
RGA = KN .* inv(KN)'; %Calcula el RGA
REF = [11 12;
       21 22]; %matriz de referencia de las posiciones
RAF = [11 22; %matriz espejo para los posibles apareamientos
       12 21];
APAS = [RGA(1,1) RGA(2,2); %matriz de los posibles apareamientos
        RGA(1,2) RGA(2,1)];
[f, c] = find(APAS < 0); %encuentra las filas y columnas con valores menores
que cero y los guarda en un vector
APAS(f, :) = []; %elimina las filas, de la matriz de decisión, que contienen
valores de apareamiento negativos
RAF(f, :) = []; %elimina las filas, de la matriz espejo, que contienen valores
de apareamiento negativos
[a, b] = size(APAS); %Calcula el tamaño de la matriz y le asigna a: número de
filas b: número de columnas
m = 1;
low = zeros(a, 1);
for m = 1 : 1 : a
    low(m, 1) = sum(abs(APAS(m, :) - 1)); %suma todos los valores de las
distancias a la unidad de las RGA de las combinaciones
end
[e, j] = find(low == min(min(low))); %Selecciona el apareamiento recomendado
e = e(1, 1); %asegura que se use un solo número en la selección para el caso
de apareamientos iguales
RAF = [11 22; %reconfiguración de la matriz espejo para los posibles
apareamientos
       12 21];

```

## TANQUE DE MEZCLADO

En la figura 23 se muestra el diagrama de un tanque de mezclado de dos corrientes. La intención es controlar el flujo y temperatura de salida a una distancia  $L$  del tanque.

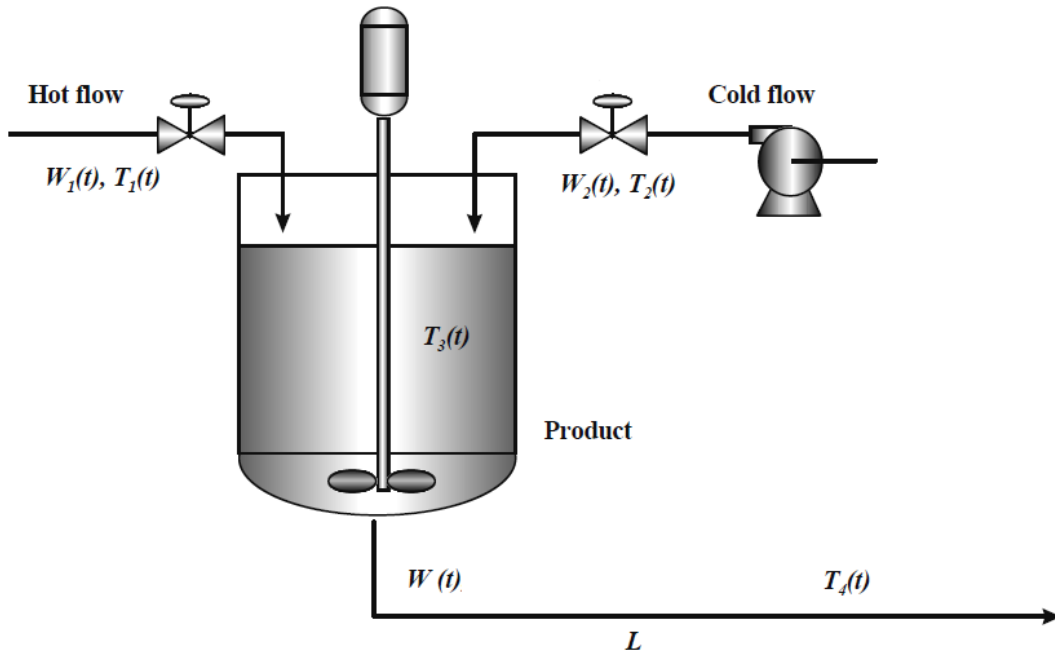


Figura 23. Esquema Tanque de Mezclado

El modelo dinámico del proceso se encuentra contenido en las ecuaciones que se detallan a continuación:

A1. Balance de masa en estado transitorio:

$$w_1(t) + w_2(t) - w(t) = 0$$

**Ecuación 41**

1 Ecuación, 1 Incógnita;  $w(t)$

A2. Balance de energía en estado transitorio

$$w_1(t)c_p T_1(t) + w_2(t)c_p T_2(t) - w(t)c_p T_3(t) = Vc_v\rho \frac{d[T_3(t)]}{dt}$$

**Ecuación 42**

2 Ecuaciones, 2 Incógnitas;  $w(t)$ ,  $T_3(t)$

A3.1 Retraso

$$T_4(t) = T_3(t)[t - t_o(t)]$$

**Ecuación 43**

3 Ecuaciones, 4 Incógnitas;  $T_3(t)$ ,  $t_o(t)$

A3.2.

$$t_o(t) = \frac{LA\rho}{w(t)}$$

**Ecuación 44**

4 Ecuaciones, 4 Incógnitas

VARIABLE	VALOR	UNIDADES
Válvula Flujo - $w_1$		
$F_{max}$	395	$ft^3/min$
$\tau$	6	$min$
Válvula Flujo - $w_2$		
$F_{max}$	220	$ft^3/min$
$\tau$	0.05	$min$
Sensor-F		
$PV_{min}$	392	$ft^3/min$
$Span$	42	$ft^3/min$
$\tau$	20	$min$
Sensor-T		
$PV_{min}$	180	$^{\circ}F$
$Span$	36	$^{\circ}F$
$\tau$	0.1	$min$
Tanque		
$V$	15	$ft^3$
$L$	1000	$ft$
$A_{tubería}$	0.2	$ft^2$
Corrientes		
$c_p$	0.8	$BTU/lbm\ ^{\circ}F$
$c_v$	0.9	$BTU/lbm\ ^{\circ}F$
$\rho$	60	$lb/ft^3$
Valores de Estado Estable		
$w_1$	246.9	$lbm/min$
$w_2$	105.1	$lbm/min$
$T_1$	250	$^{\circ}F$
$T_2$	50	$^{\circ}F$

**Tabla 4. Valores Para Simulación 2x2**